



Dr. Tóth Laboncz József

**GÉPÉSZETI SZERKEZETEK
SZILÁRDSÁGTANI
MÉRETEZÉSÉNEK ALAPJAI
TANANYAG KIEGÉSZÍTŐ**

Debrecen, 2006

Összeállította: Dr. Tóth Laboncz József
főiskolai docens

Készült: A Piros Napló Média Kft.
sokszorosító üzemében
Felelős kiadó: DE. MFK mindenkori főigazgatója

1. Szerkezeti elemek és kapcsolatok szilárdsági méretezésének alapjai

Egy adott feladat ellátására szerkesztett gépi berendezés akkor képes a vele szemben támasztott követelményeknek eleget tenni, ha a megkívánt élettartamon belül meghibásodás és tönkremenetel nélkül üzemel. Meghibásodottnak, tönkrementnek tekintjük a berendezést, ha valamely szerkezeti eleme olyan állapotba kerül, mellyel megszünteti a gép működőképességét megakadályozza, hogy a gép követelményszerűen ellássa feladatát. A tönkremeneteli állapot –melyet határállapotnak is nevezünk– lehet az alkatrész:

- törése,
- a meghatározottnál nagyobb rugalmas, vagy maradó alakváltozása,
- statikus, vagy dinamikus instabil állapota,
- felületének kopása, kipattogzása, berágódása,
- kívántnál nagyobb hőmérséklete, stb.

A szerkezeti elemeket és azok kapcsolatait tehát úgy kell legyártani, összeszerelni, valamint a gépi berendezést úgy kell üzemeltetni, hogy tönkremeneteli állapot ne következzen be. Anyagukat, méreteiket ennek megfelelően kell megválasztani.

Azt az interaktív optimalizációs munkát, mellyel az alkatrészek megkívánt szilárdsági tulajdonságait meghatározzuk, méretezésnek nevezzük.

A méretezés a legegyszerűbb esetektől eltekintve többé-kevésbé bonyolult szellemi tevékenységet jelent, mely folyamatában a valóságot megközelítő, de azt pontosan soha le nem képző modellekkel dolgozik. Az alkalmazható modellek részben ismertek az előző tanulmányokból (pl:mechanika), más részük új, melyeket a későbbiekben kell megismerni.

1.1. A méretezés alapgondolata, a biztonság fogalma.

Egy szerkezet elemeit azok működése közben *terhelések* érik, melyek azokat igénybe veszik. Ezeket a terheléseket, illetve igénybevételeket a szerkezeti elemek tönkremenetel nélkül adott ideig elviselik, ha azok egy határt nem haladnak meg, azaz *az elemeknek teherbíró-képességük van.*

Következésképpen, ha egy szerkezeti elemre ható terhelések soha nem haladják meg annak idővel csökkenő teherbíró-képességét, tönkremenetel nem következik be. Ez a feltétel tehát "abszolút biztonságot" jelent a tönkremenetellel szemben. Nyilvánvaló, hogy ez a biztonság annál nagyobb minél nagyobb az elem teherbíró-képessége a terheléshez viszonyítva. Ez az "abszolút biztonság" amely számszerűen is kifejezhető:

$$\frac{\text{Teherbíró-képesség}}{\text{Terhelés}} = \text{Abszolút biztonság}$$

vagy egyszerűbb jelölésekkel

$$\frac{H(t)}{T(t)} = n(t) \quad (1)$$

ahol

$H(t)$ – az időben változó (általában csökkenő) teherbíró-képesség mint határállapot,

$T(t)$ – az időben változó terhelés,

$n(t)$ – az abszolút biztonság mérőszáma az úgynevezett *tényleges biztonsági tényező.*

Megvizsgálva az (1) egyszerű relációt az alábbi következtetések vonhatók le:

- a) ahhoz, hogy a szerkezet működőképes legyen az $n \geq 1$ feltételnek mindenkor fenn kell állni, ami viszont a szerkezetek feltétlen túlméretezését jelenti,
- b) a *tényleges biztonsági tényező* nem állandó érték, hanem időben változik (általában csökken).

Ha az (1) összefüggést szilárdsági számításokra kívánjuk felhasználni, egyrészt az elem teherbíró-képességét (a számlálót) másrészt az elemet érő terhelést (a nevezőt) kell meghatározni, melyek történhetnek például meglévő szerkezeteknél méréssel, de leggyakrabban helyesen megválasztott modellek alapján számításal.

Ha a meghatározás méréssel, de különösképpen ha számításal történik a kapott eredmények több-kevesebb hibával adódnak, a valóságtól eltérnek.

Így csak egy viszonylag bizonytalan számított biztonsági tényezőt (n_{sz}) tudunk meghatározni a tényleges helyett:

$$\frac{\text{Számított teherbíró - képesség}}{\text{Számított terhelés}} = \text{Számított biztonság}$$

vagy röviden

$$\frac{H(t)_{sz}}{T(t)_{sz}} = n_{sz} \quad (2)$$

Ugyanakkor a szerkezeteinktől a biztos működést várjuk el.

Ezt az ellentmondást csak úgy tudjuk feloldani, ha a számított biztonságot (n_{sz}) egy a bizonytalanságokat is figyelembe vevő előírt biztonsághoz (n_e) igazítjuk, vagyis elvárjuk, hogy

$$n_{sz} \geq n_e \quad (3)$$

legyen.

Az n_e előírt biztonság meghatározása körültekintő munkát igényel és felelősségteljes feladat. Indokolatlanul nagy értéke feltétlenül túlméretezést és gazdaságtalan szerkezetet eredményez, míg ellenkező esetben az elem idő előtti tönkremenetelét okozhatja.

Ha előírások, vagy tapasztalati adatok nem állnak rendelkezésre, számszerű értékének meghatározására egy módszer lehet, hogy a figyelembeveendő szempontok súlyát résztényezőkkel jellemezzük és az előírt biztonsági tényezőt ezekből számítjuk ki:

$$n_e = \prod_{i=1}^k n_i = n_1 n_2 n_3 \dots n_k \quad (4)$$

ahol például

- n_1 - az esetleges tönkremenetel következményeit (emberélet, kár, termelés kiesés, stb.),
- n_2 - az előgyártmány fajtáját,
- n_3 - a minőségellenőrzés módját,
- n_4 - a felhasznált számítási modellek pontosságát,
- n_5 - a kivitelezői munka várható minőségét

veszi figyelembe.

Belátható, hogy az "abszolút" biztonságra való méretezés feltétlenül túlméretezéshez vezet, így csak kényszerűségből, jobb hiányában alkalmazzuk.

A fellépő nehézségek miatt a valóságos terheléseket *terhelés modellekkel* utánozzuk. Az ezekből fakadó igénybevételek, illetve feszültségek számításához *szerkezet modelleket* és a valóságot csak közelítő feszültségelméleteket alkalmazzuk. A terhelésnek megfelelő teherbíró-képességet pedig többnyire az anyagvizsgálatokból rendelkezésre álló anyagjellemzők szerint *anyagmodellekre* alapozzuk.

1.2. Szerkezetek terhelésének meghatározása.

Terhelésmodellek

A szerkezetnek elemeire ható úgynevezett "*külső terhelések*", melyek lehetnek erők vagy nyomatékok, de például kitérések is az

- elemek kölcsönös egymásra hatásából,
- önsúlyból,
- tehetetlen tömegekből,
- külső és belső túlnyomásból,
- szerelési és gyártási pontatlanságból,
- hőmérsékletváltozásból, stb.,

erednek.

A fellépő terhelések a szerkezeti elem igénybevételét okozzák és anyagának minden egyes pontjában valamilyen feszültségi állapotot hoznak létre. Így az adott pontban fellépő feszültségi állapot az anyag "*belső*" terhelését jelenti feszültség formában.

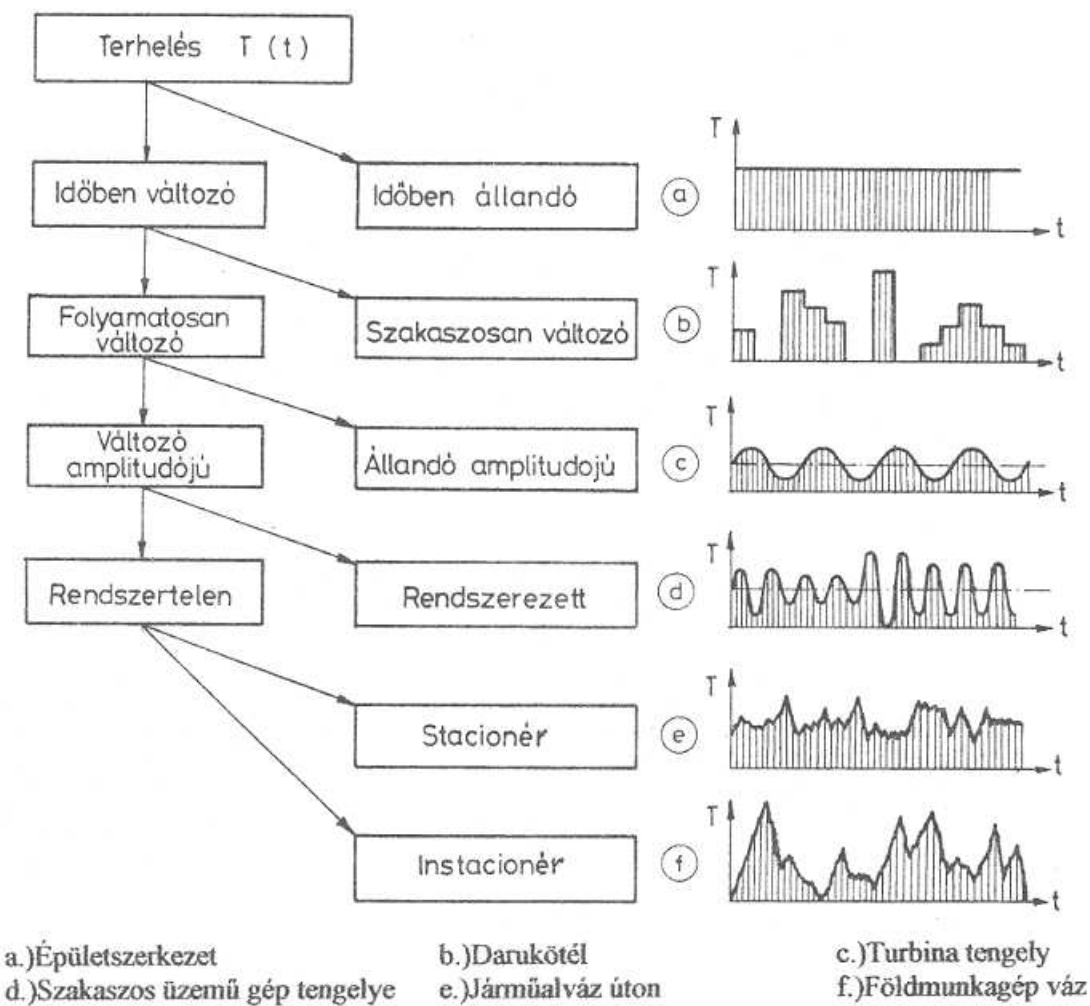
A "*külső terhelések* felléphetnek a gépszerkezet üzemen kívüli és üzemenközbeni állapotában.

Üzemen kívüli állapotban terhelések léphetnek fel például szereléskor, szállításkor, stb

Üzemen közben a terhelések egy *állandósult*, vagy egy-egy *átmeneti* (tranzienst) állapot következményei.

Átmeneti állapotnak tekinthető az indítás, vagy leállítás, esetleg valamely üzemenzavarból adódó túlterhelés.

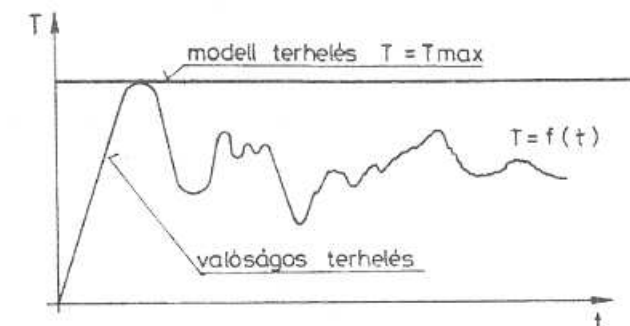
Gépszerkezetek esetében még állandósult üzemi állapotban is a terhelések időben változnak. A változás jellege, azaz a terhelések időbeni lefolyása igen sokféle lehet. Az 1. ábra egy lehetséges csoportosítási változatot mutat.



1. ábra

Már az eddigiekből is kitűnik, hogy a terheléseket teljes pontossággal (például zárt matematikai formában) számbavenni nem lehet különösen azért, mert azok időben véletlenszerűen jelennek meg, sztochasztikus folyamatok. Ezért a pontos terhelések helyett azok hatását többé-kevésbé jól leíró *terhelésmodelleket* lehet használni.

A legegyszerűbb terhelésmodell az, ha a fellépő legnagyobb terheléssel azonos nagyságú időben állandó terheléssel végezzük a számításainkat (1.2. ábra)



2. ábra

Pontosabb modell nyerhető ha – a 3.sz.ábrának megfelelően – a kiugróan nagy és csak esetenként (a gép élettartamán belül nem több, mint 10^4 -szer) előforduló terheléscsúcsokat elhagyva, a terhelésfüggvényt jól kezelhető matematikai formában adjuk meg. A leggyakrabban alkalmazott közelítés általános alakja:

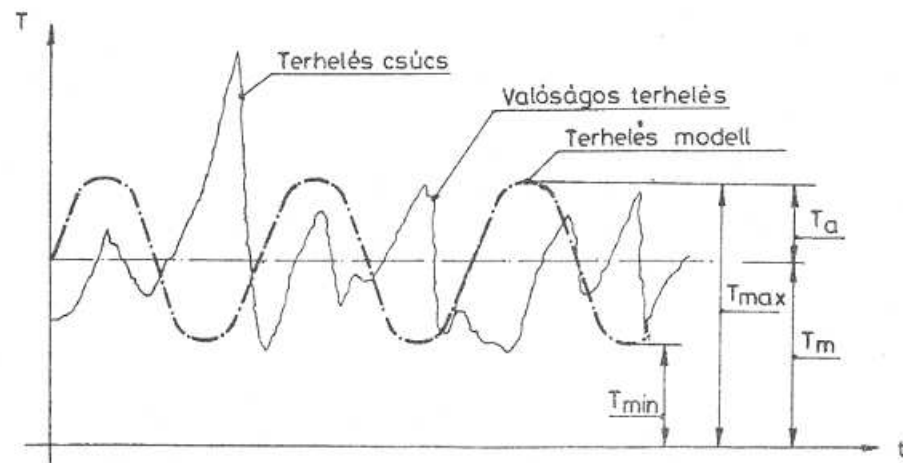
$$T(t) = T_m + T_a \cdot \sin \omega t \quad (4)$$

ahol:

$$T_m = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} \quad \text{a terhelés közepes értéke,}$$

$$T_a = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} \quad \text{a terhelés amplitúdója,}$$

$$\omega \quad \text{a terhelés körfrekvenciája.}$$



3. ábra

A kihagyott terheléscsúcsokat, mint statikus túlterheléseket külön kell figyelembe venni. Legkorszerűbbnek a matematikai statisztika módszereivel előállított terhelésmodellek, az ún. terhelésszisztiikák tekinthetők. Alkalmazásuk a korszerű valószínűség elmélet alapján történő méretezési eljárásnál lehetséges, de széleskörű alkalmazásuk ma még nem biztosított. A "külső" terhelések nagyságának, támadási helyének, időbeni változásának meghatározására különböző módszerek állnak rendelkezésre.

Ezek történhetnek:

- *méréssel* a már működő kész szerkezeten, illetve arányos modellen,
- *számítással* a már megtervezett szerkezet gondos statikai és dinamikai elemzésével,
- *becsléssel* főleg a már működő, hasonló szerkezeteken nyert tapasztalatok alapján.

A legpontosabb adatokat a mérés szolgáltat, melyeket természetesen csak a berendezés elkészülte után lehet nyerni. Így felhasználásuk csak fejlesztésre, vagy későbbi berendezések tervezésére jöhetnek szóba.

A terhelések számításal történő meghatározásához is ismerni kell a teljes szerkezetet, így ez a módszer is a már részleteiben is kidolgozott szerkezetek ellenőrzésére szolgálhat. A számítások alapjául szolgáló mechanikai modellek általában bonyolultak és számításigényesek a ritkábban előforduló egyszerűbb esetektől eltekintve.

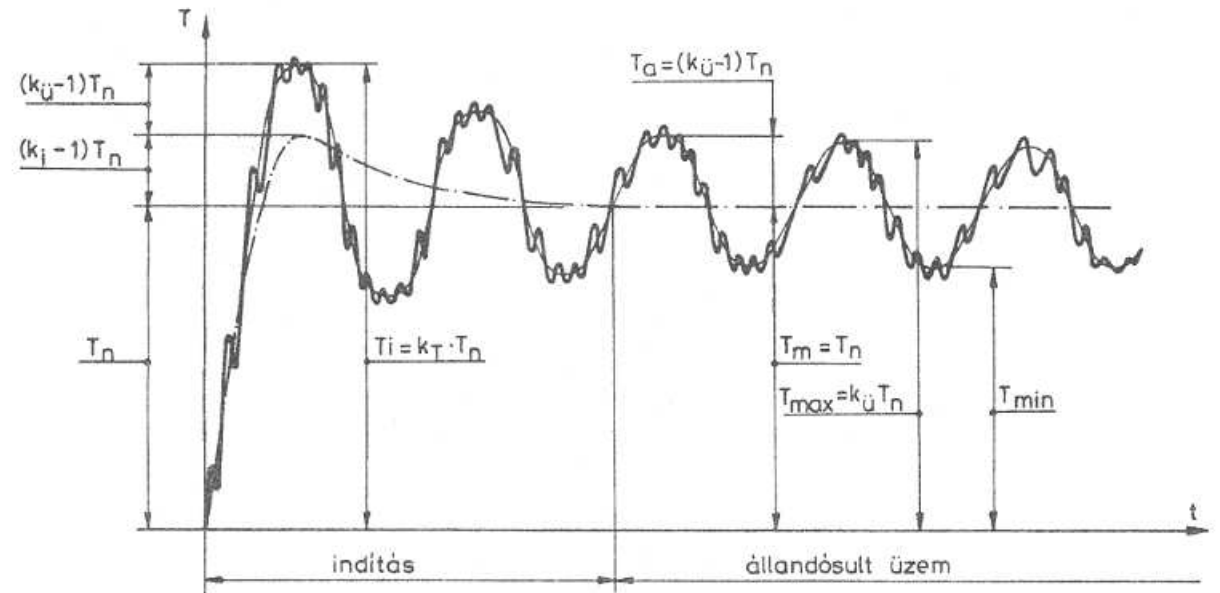
Új, főleg egyedi szerkezetek tervezésénél a terheléseket leginkább becsléssel lehet meghatározni. A becslés alapja mindig valamely hasonló, már működő berendezésen nyert tapasztalat és azon névleges adatok, melyek nagyságrendileg meghatározzák a szerkezet teljesítőképességét. Mivel a gépszerkezeteket úgy kell tervezni, hogy előre meghatározott névleges teljesítőképességük környezetében tartósan jó hatásfokkal üzemeljenek, az elemekre ható terheléseket ebből az adatból számításal meg lehet határozni. Az így nyert terhelési értékeket időben állandónak tetelezhetjük fel és névleges terhelésnek nevezzük.

Természetesen a valóságban a vizsgált szerkezeti elemre nem ilyen időben állandó terhelés lép fel, hanem az időben változik és pillanatnyi értéke a névlegestől kisebb-nagyobb mértékben eltér.

Az eltérésnek számos oka lehet, mint például:

- a hajtó és hajtott gép üzemi tulajdonságai (pl. egyenlőtlen nyomatékszolgáltatás vagy nyomatékigény)
- a hajtó és hajtott gép, valamint a hajtáslánc egyéb elemeinek dinamikai tulajdonságai,
- a berendezés üzemi viszonyai, mint például az indítások gyakorisága, az állandósult üzemszakaszok hossza, a technológiai folyamatból adódó terhelésingadozások nagysága, stb.

Az elmondottakra mutat példát a 4. ábra amely egy tengely terhelését mutatja üzemének egy rövid szakaszában.



4. ábra

A vázolt terheléskép két szakaszra bontható.

Állandósult üzembn a számított terhelés közepes értéke T_m megegyezik a névleges teljesítőképességből meghatározott T_n névleges értékkel és erre mint statikus középértékre szuperponálódik a terhelés amplitúdó vagyis

$$T_m = T_n \text{ és } T_a = (k_u - 1) T_n \quad (5)$$

Az (5) összefüggésben

k_u – az úgynevezett üzemtényező (dinamikus tényező), mely azt fejezi ki, hogy a legnagyobb terhelés a névlegeshez viszonyítva hányszoros ($T_{\max} = k_u T_n$).

Az üzemtényező nagyságát felhalmozódott tapasztalatok alapján összeállított táblázatokból lehet megválasztani.

Átmeneti üzemállapot lép fel indításkor, leálláskor, vagy esetleges túlterheléskor. Az itt fellépő terhelések általában nagyobbak az állandósult üzemmél, a rendszer tömegeiből eredendően.

Számításba vételük az ábra alapján:

$$T_i = k_i \cdot k_u \cdot T_n = k_T \cdot T_n \quad (6)$$

ahol

k_i – indítási tényező és

k_T – túlterhelési tényező, melyekre már kevés irodalmi adat áll rendelkezésre és azt esetenként kell meghatározni.

Ha figyelembe vesszük még az így meghatározott terhelések (terheléscsúcsok) ismétlődési számát a berendezés élettartamán belül úgy, hogy ha az 10^4 –nél kevesebb statikus, ha több fázisztóljellegű, rendelkezésre állnak azok a terhelésértékek melyekkel a szilárdsági számítások elvégezhetők.

Az általában időben változó "külső" terhelések a szerkezeti elemet *igénybe veszik* melyek lehetnek:

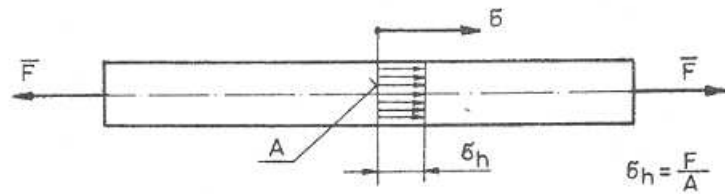
- *egyszerű* igénybevételek (húzás, nyomás, hajlítás, csavarás),
- *összetett* igénybevételek (egyirányú húzás és hajlítás, vagy hajlítás és csavarás, stb)
- *különleges* igénybevételek (kihajlás, felszíni nyomás sík, vagy görbe felületek érintkezésénél),

Az igénybevételek hatására a szerkezet minden egyes pontjában egy feszültségi és egy alakváltozási állapot jön létre. A kialakult feszültségi állapot, mely a szerkezetben pontról – pontra változik anyagának "belső" terhelését jelenti.

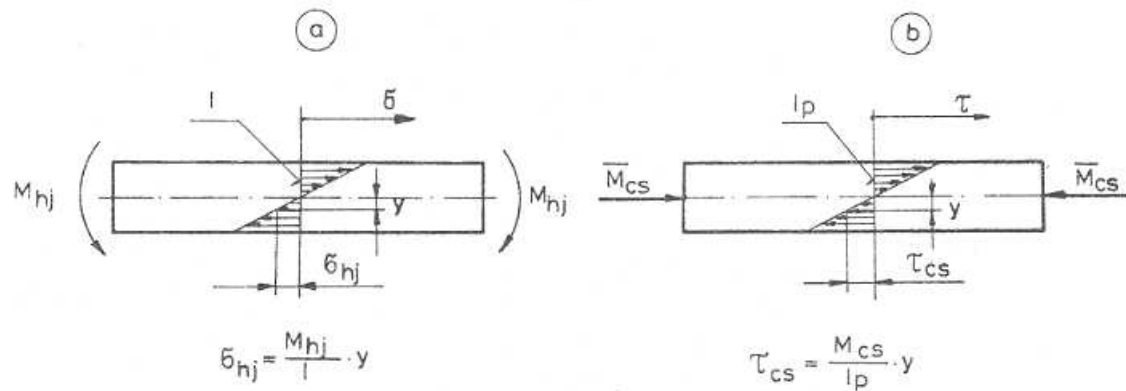
Szilárdsági számításokhoz, főleg homogén anyagú szerkezetek esetén (pl. tengelyek, fogaskerekek, rugók, stb.) szükséges ismerni a szerkezet feszültségi viszonyait mint terhelést, részben a *hely*, részben az *idő* függvényeként.

A feszültségeknek a hely függvényeként történő számítására megfelelő szerkezetmodelleket lehet alkalmazni.

Egyszerű igénybevételek esetén legegyszerűbben a rúdszerkezetek feszültségi viszonyait lehet számítani. Ezeknél a rúd hossz tengelyére merőlegesen felvett síkokba eső pontok feszültségi állapotainak összessége a feszültségeloszlás egyszerű összefüggésekkel megállapítható. Erre mutat példát az 5. és 6. ábra tiszta húzás, hajlítás és csavarás esetén, ha azok anyaga ideáelasztikus és homogén, keresztmetszetük pedig állandó (egyszerű szerkezetmodell).



5.ábra

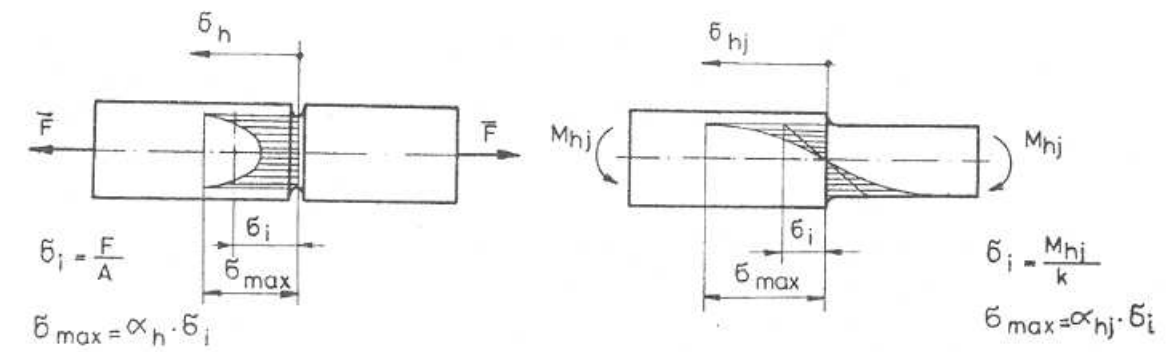


6.ábra

Megfigyelhető, hogy tiszta húzás esetén a vizsgált sík minden egyes pontjában azonos a feszültség nagysága, a feszültségállapot homogén. A másik két esetben viszont a feszültségek értéke pontról-pontra változik, így a feszültség inhomogén eloszlású.

A gépelemek többsége viszont nem ideális alakú és anyagú. Felületét hornyok, keresztmetszetváltozások, furatok, görbületek, különböző geometriai alakzatok határolják. Anyaguk legtöbbször kristályos szerkezetű, és csak jó közelítéssel, adott feszültség szintig követik a Hooke törvényt. Ezek miatt az ideálistól eltérő feszültségeloszlások lépnek fel – feszültségcsúcsok, feszültségtorlódások, többtengelyű feszültségi állapot – melyet pontosabb számításoknál figyelembe kell venni (bonyolult modell).

Főleg a keresztmetszetváltozások okoznak az ideális esetnél nagyobb feszültségcsúcsokat. Megfigyelések szerint a feszültségcsúcsok homorú sarkokban ébrednek és annál nagyobbak, minél kisebb a lekerekítési sugár. A feszültségcsúcsnak az ideális értékhez viszonyított nagysága nemcsak a szerkezet kialakításától, hanem az igénybevétel fajtájától is függ. Erre mutat példát a 7. ábra.



7.ábra

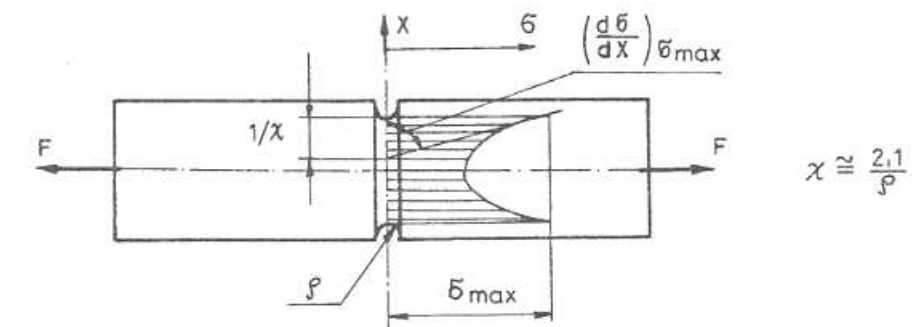
A fellépő feszültségcsúcsokat egyszerűbb esetekben rugalmasságtani módszerekkel, bonyolultabb esetekben kísérleti úton (feszültségoptika, nyúlásmérés) lehet meghatározni. Számításba vételük egy u.n. *alaktényező* bevezetésével történhet, melynek értelmezése

$$\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_i} \quad (7)$$

azaz a fellépő maximális és az ideális feszültség viszonya. Adott esetre érvényes értékeket az idevágó irodalmak táblázatosan vagy nomogramok formájában adják meg. Az alaktényező fogyatékosága, hogy csak a csúcstesztség számítására ad lehetőséget, de nem ad tájékoztatást arról, hogy az a teljes keresztmetszet, mely részére terjed ki, vagyis hogyan változik a feszültség a keresztmetszet mentén. A feszültségeloszlás változását egyszerű módon egyetlen számmal jól lehet jellemezni *Siebel* szerint az u.n. fajlagos feszültségcsúcs bevezetésével

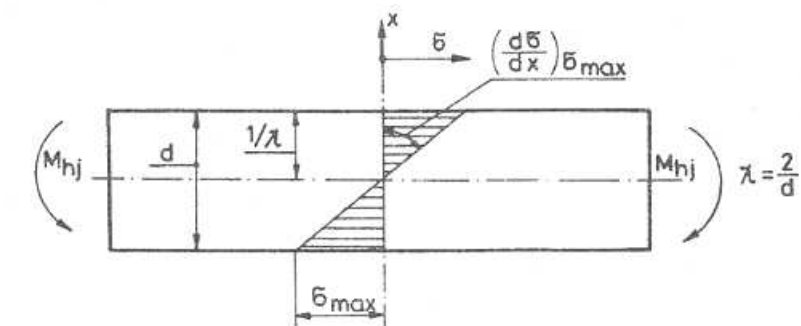
$$\chi = \frac{l}{\sigma_{\max}} \cdot \left(\frac{d\sigma}{dx} \right)_{\sigma_{\max}} \quad (8)$$

melynek geometriai értelmezését például egy hornyolt húzott rúd esetén a 8. ábra mutatja



8.ábra

sima hajlított rúdnál viszont a 9. ábra érvényes



9.ábra

Összetett igénybevételek is igen gyakran előfordulnak gépszerkezetek esetén, vagyis a "külső" terhelésekből nem az előzőekben tárgyalt egytengelyű, hanem többtengelyű feszültségi állapot keletkezik a szerkezet valamely pontjában. Mivel a szerkezetek teherbíróképességének meghatározására szolgáló anyagjellemzőket egytengelyű feszültségi állapotra szokás meghatározni (pl. szakítóvizsgálat), az általános feszültségi állapotot meghatározó feszültségösszetevők ismerete közvetlenül méretezésre nem alkalmas.

E problémán úgy lehet segíteni, hogy valamilyen módon meghatározható egy olyan egyszerű, egytengelyű feszültségi állapot – egyenértékű feszültség –, mely hatásában megegyezik a ténylegesen fellépő általános feszültségi állapottal.

Az ennek az egyenértékű feszültségnek a meghatározására számos elmélet (modell) alakult ki, melyek közül a műszaki gyakorlatban kettő tekinthető korszerűnek és alkalmazhatónak.

a.) Mohr modell szerint az anyagok teherbíróképessége és képlékenysége a legnagyobb és a legkisebb főfeszültségek nagyságától és előjelétől függ, amennyiben azok ellentétes előjelűek, vagy az egyik nulla.

Az egyenértékű feszültség acélananyagokra:

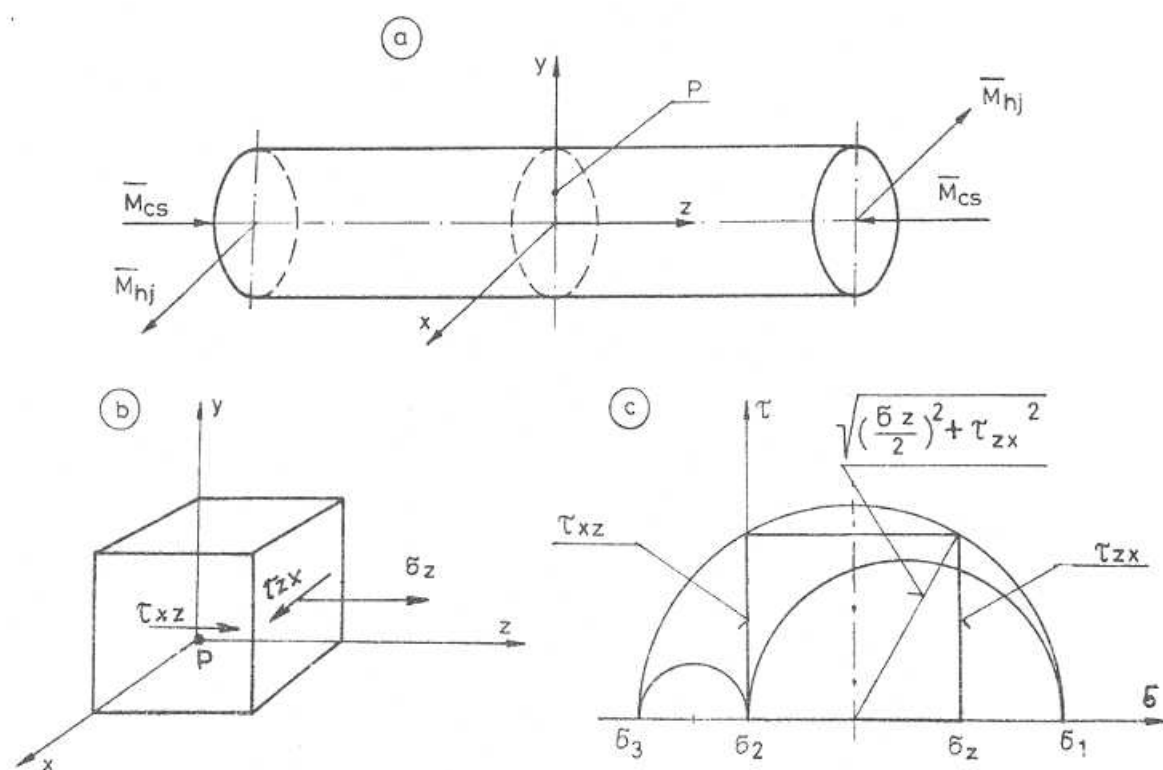
$$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (9)$$

b.) A Huber-Misses-Hencky modell az alaktorzulási energia fogalmának felhasználásával ad összefüggést az egyenértékű feszültségre:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (10)$$

Az említett két modell szívós acélananyagok esetén jól közelíti a valóságot, de rideg anyagokra (pl. öntöttvas) már csak durva közelítés.

A két modell alkalmazására példa a tengelyeknél igen gyakran előforduló hajlítás és csavarás a 10. ábra szerint



10. ábra

A 10. ábrán látható Mohr körből

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} \\ \sigma_2 &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2}$$

Ezekkel viszont Mohr szerint az egyenértékű feszültség a (9) szerint

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{hj}^2 + 4\tau_{cs}^2} \quad (12)$$

mivel $\sigma_z = \sigma_{hj}$ és $\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{cs}$.

Ha hajlítás nincs ($\sigma_z = 0$) vagyis tiszta csavarás esetén

$$\sigma_e = 2\tau_{cs} \quad (13)$$

Ugyanakkor a H-M-H modellt alkalmazva

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{hj}^2 + 3\tau_{cs}^2} \quad (14)$$

összefüggés adódik és tiszta csavarás esetén

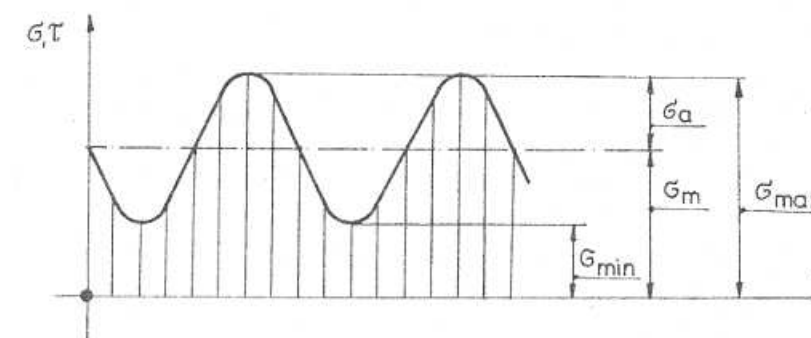
$$\sigma_e = \sqrt{3}\tau_{cs} \quad (15)$$

Ha a szerkezetet érő "külső" terhelések időben változnak, akkor ennek megfelelően a szerkezet valamely pontjában a feszültség is időben változó lesz. Ezért a feszültségeket az idő függvényében is vizsgálni kell.

Ha a 3. ábrával kapcsolatban elmondott terhelésmódot alkalmazzuk, akkor az állandó amplitúdójú feszültségfüggvény általános alakja

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin \omega t \quad (16)$$

a (4) analógiájára, melynek képét a 11. ábra mutatja.



11. ábra

Jellegzetes értékei a

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (17)$$

közepes (medián) feszültségösszetevő, melyet mint statikus középértékként szokás értelmezni. A feszültségamplitúdó pedig

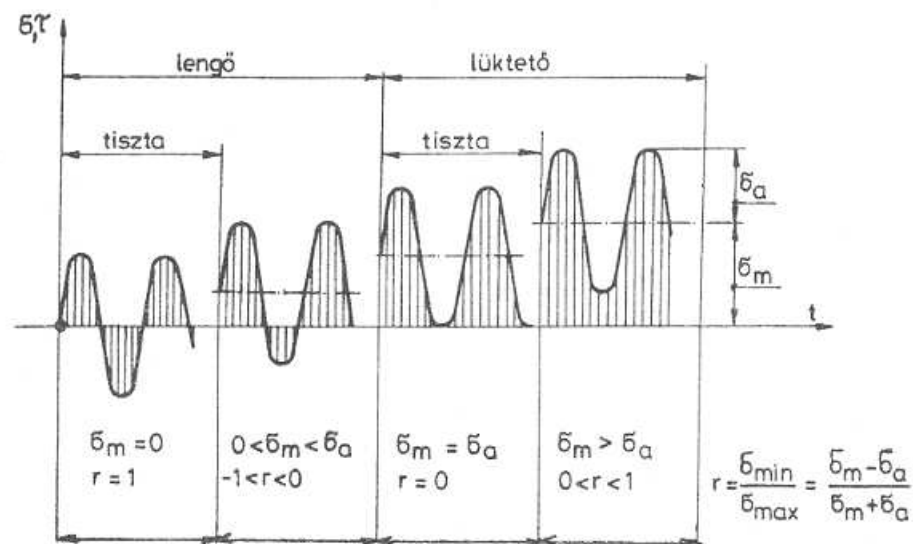
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (18)$$

mint a statikus középfeszültségre szuperponálódott váltakozó (fárasztó hatású) feszültségösszetevő.

Mivel a feszültségösszetevők (σ_m, σ_a ill. τ_m, τ_a) aránya különböző lehet, ennek alapján jellegzetes feszültségcsoporthoz hozhatók létre ahogyan azt a 12. ábra mutatja.

Az irodalomban szokásos elnevezésekkel:

- *lengő* jellegű a feszültség ha az periodikusan előjelet vált, pl. húzás és nyomás váltakozva lép fel, azaz ilyenkor $\sigma_m < \sigma_a$,
tiszta lengő feszültségről beszélünk ha $\sigma_m = 0$.
- *lűktető* feszültség esetén az nem vált előjelet, jellemzője, hogy $\sigma_m \geq \sigma_a$,
tiszta lűktető feszültségnél $\sigma_m = \sigma_a$ vagyis $\sigma_{\min} = 0$.



12. ábra

Adott feszültségképet egyetlen számmal is lehet jellemezni. Ilyen lehet pl. az un. "asszimetria tényező" (r) amely a minimális és maximális feszültség viszonya:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}$$

Az r értéke $-1 \leq r \leq 1$ értékek között változhat.

Jellegzetes értékei:

- $r = -1$ tiszta lengő igénybevétel mivel $\sigma_{\min} = -\sigma_{\max}$.
- $r = 0$ tiszta lűktető igénybevétel mivel $\sigma_{\min} = 0$.
- $r = 1$ statikus igénybevétel, mivel $\sigma_{\min} = \sigma_{\max}$.

Különleges terhelését jelenti a szerkezetek sík, vagy görbe felületeinek terhelés alatti érintkezése.

Amíg teljes felületükön felfekvő testek érintkezésénél fellépő felületi nyomást – mint igénybevételt – jó közelítéssel az egyszerű

$$p = \frac{F_n}{A} \quad (19)$$

összefüggéssel lehet számítani, addig pont, vagy vonalszerű érintkezés esetén a viszonyok lényegesen bonyolultabbak.

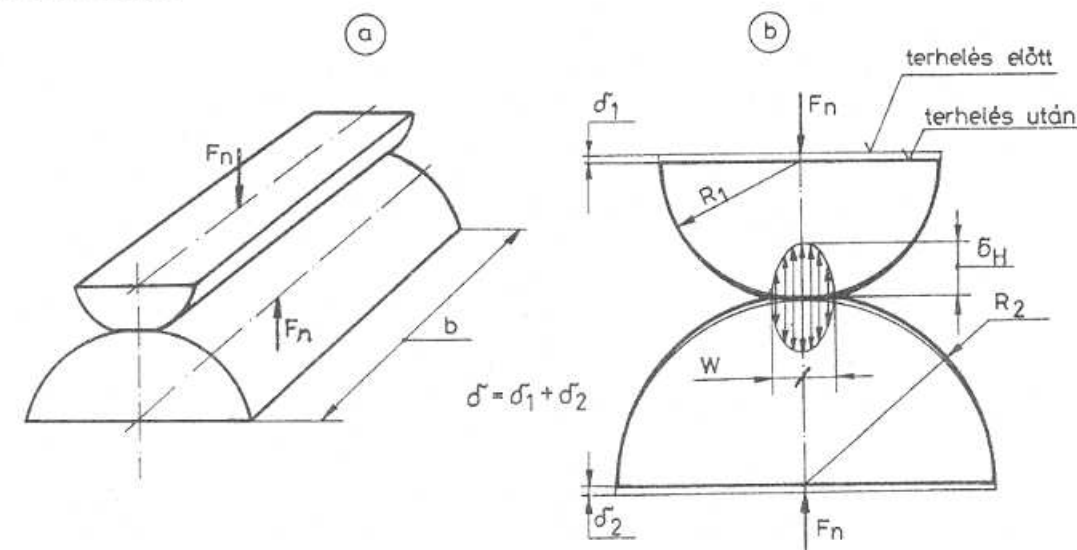
Jó példa lehet erre gördülőcsapágyak gördülőelemeinek és a futópályának vagy fogaskerék-hajtások fogfelületeinek terhelés alatti kapcsolata.

Az ilyen érintkezésnél fellépő feszültségviszonyok elméletével Herz foglalkozott behatóbban.

A terhelés nélkül pont, vagy vonalszerűen érintkező testek terhelés hatására rugalmasan alakváltoznak, közelednek egymáshoz és érintkezési nyomuk nem pont, vagy vonal hanem felület lesz.

A 13. ábrán két párhuzamos tengelyű henger érintkezése látható terhelés hatására.

Az érintkezési felület alatt (a 13. ábrán ez egy 2.w.b méretű téglalap) mindkét testben háromtengelyű feszültségi állapot alakul ki, mely pontról pontra változik és mindkét testben annak anyagától függetlenül azonos.



13 ábra

A feszültségeloszlás ismeretében pontról pontra meghatározható az egyenértékű feszültség, mely alapját képezhetné a méretezésnek. A gyakorlatnak viszont ez nem felel meg, mert egyrészt bonyolult, másrészt olyan hatásokat, mint a támasztóhatás nehezen lehet figyelembe venni.

A fenti nehézségek miatt a gyakorlatban az a módszer terjedt el, hogy egy olyan maximális felületi nyomást kell meghatározni (σ_H), mely arányos az egyenértékű feszültséggel.

Ezt a maximális nyomásértéket Herz feszültségnek nevezik.

Meghatározásához – a gyakorlatban gyakran előforduló esetekre – az I. táblázat ad segítséget.

Érintkező felület méretei, a Hertz feszültség és az érintkező testek közeldése
(Sz. D. Ponomarjov : Szilárdsági számítások a gépészetben 3. kötete alapján)

I. táblázat

Érintkező testek alakja és egymáshoz viszonyított helyzete	Az érintkező felület alakja és méretei	Az érintkező testek közötti legnagyobb felületi nyomás	Az érintkező testek közeldése
R ₁ és R ₂ sugarú gömbalakú testek	Kör és sugara: $\rho = 0.9086 \cdot \sqrt[3]{F_n \cdot \frac{R_{red}}{E_k}}$	$\sigma_H = 0.5784 \cdot \sqrt[3]{F_n \cdot \frac{E_k^2}{R_{red}^2}}$	$\delta = 0.8255 \cdot \sqrt[3]{F_n^2 \cdot \frac{1}{E_k^2 \cdot R_{red}}}$
Két gömbalakú test azonos rugalmassági modulusal $\mu=0.30$	Kör és sugara: $\rho = 1.109 \cdot \sqrt[3]{F_n \cdot \frac{R_{red}}{E}}$	$\sigma_H = 0.388 \cdot \sqrt[3]{F_n \cdot \frac{E_k^2}{R_{red}^2}}$	$\delta = 1.231 \cdot \sqrt[3]{F_n^2 \cdot \frac{1}{E_k^2 \cdot R_{red}}}$
R ₁ és R ₂ sugarú párhuzamos tengelyű henger	Téglalap, hossza b, felszélessége: $w = 1.128 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n \cdot R_{red}}{b \cdot E_k}}$	$\sigma_H = 0.562 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n \cdot E_k}{b \cdot R_{red}}}$	$\delta = \frac{2F_n}{\pi b} \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} \ln \frac{2R_1}{w} + 0.407 \right) + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \left(\ln \frac{2R_2}{w} + 0.407 \right)$
Két párhuzamos tengelyű henger azonos rugalmassági modulusal $\mu=0.30$	Téglalap, hossza b, felszélessége: $w = 1.522 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n \cdot R_{red}}{b \cdot E_k}}$	$\sigma_H = 0.418 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n \cdot E_k}{b \cdot R_{red}}}$	$\delta = 0.579 \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{E} \cdot \left(\ln \frac{4R_1 \cdot R_2}{w^2} + 0.814 \right)$

Megjegyzések:

$$1.) \frac{1}{E_k} = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}, \mu_1 \text{ és } \mu_2 \text{ Poisson tényezők, } E_1 \text{ és } E_2 \text{ rugalmassági modulusok.}$$

$$2.) \frac{1}{R_{red}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ homorú felületek esetén } R \text{ negatív, síknál } R=1.$$

1.3 Szerkezetek teherbíró képességének meghatározása
Anyag és szerkezetmodellek.

Tapasztalatból ismeretes, hogy a szerkezeteknek a terhelésekkel szemben ellenállóképességük van, azaz egy adott terhelés nagyságig azokat törés, vagy túlzottan nagy maradó deformáció nélkül képesek elviselni. Azt a legnagyobb terhelést, melyet a szerkezet tönkremenetel nélkül még elvisel a szerkezet teherbíró képességének nevezzük.

Mivel ez a tulajdonság mindig egy adott szerkezethez kötődik ezért szerkezetjellemző. Egy adott szerkezet teherbíró képessége, mint határterhelés több tényező függvénye lehet. Ezek közül a legfontosabbak:

- a szerkezet terhelésének módja és időbeni lefolyása,
- a szerkezet mérete és alakja,
- a szerkezet anyagának mechanikai tulajdonságai (anyagjellemzők),
- hőkezelési állapot, gyártási technológia, stb.

A szerkezetek teherbíró képességének meghatározása végsősoron mindenkor valamilyen tapasztalat, leginkább mérés eredménye.

A mérés elvégezhető közvetlenül az elkészült kész szerkezeten úgy, hogy azt a tönkremenetelig terhelik és mérik a tönkremenetelt okozó terhelést. Az így nyert eredmény a szerkezet teherbíró képessége, tehát szerkezetjellemző.

Mivel a mérés alkalmával a szerkezet tönkremegy, ez a módszer csak sorozatban gyártott szerkezetek (pl. gördülőcsapágyak), vagy bonyolultabb berendezések (járművek, repülőgépek, űrhajók, stb.) fejlesztésénél használatosak.

Az általános gépészeti gyakorlatban inkább az a módszer terjedt el, hogy a teherbíró képességet befolyásoló tényezőket külön-külön jól meghatározott körülmények között, főleg laboratóriumokban állapítják meg. Az így felhalmozódott adatokból egy új szerkezet teherbíró képessége már számítással meghatározható elfogadható pontossággal.

A továbbiakban ez utóbbi módszert fogjuk felhasználni a méretezések elvégzésénél, így ezzel kell részletesebben megismerkedni.

Mivel egy szerkezeti elem teherbíró képessége függ a terhelés időbeni lefolyásától, külön kell vizsgálni az időben állandó, és az időben változó terhelésű szerkezetek teherbíró képességének meghatározási lehetőségét.

1.3.1. Időben állandó, statikus terhelésű szerkezetek teherbíró képességének meghatározása

Nyilvánvaló, hogy a vizsgált szerkezeti elem teherbíró képessége nagymértékben függ a szerkezeti anyag szilárdsági tulajdonságaitól. Ezeket az értékeket előírt szabványos módon végzett kísérletekkel szokás meghatározni, így a különböző anyagú de azonos alakú és méretű (szabványos) un. próbatesteken kapott eredmények összehasonlíthatók és egyben az anyagok eltérő szilárdsági tulajdonságait tartalmazzák.

Ezért anyagjellemzők.

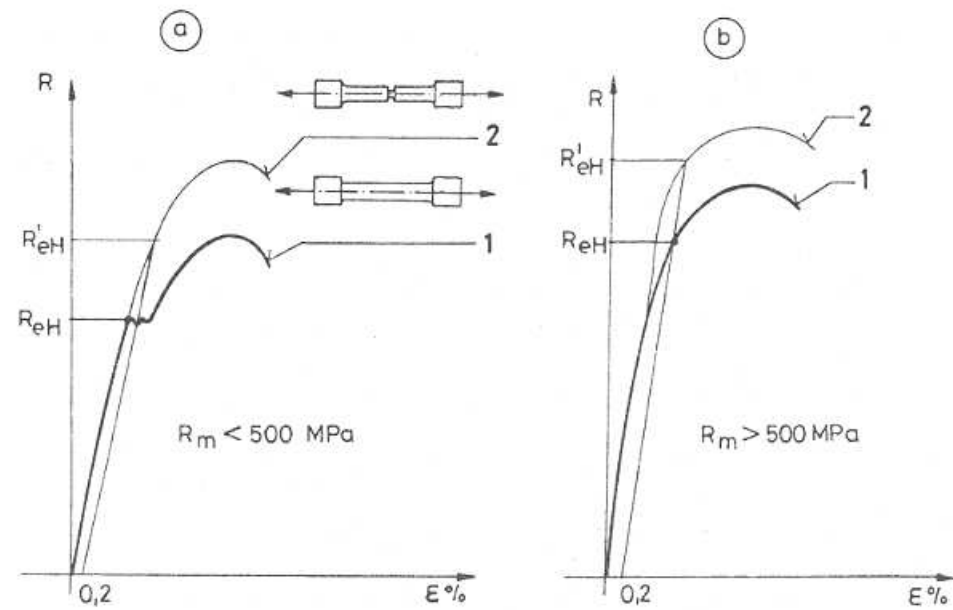
Közel statikus jellegű a szakítóvizsgálat és pl. a keménységmérés is, melyekből nyert jellegzetes anyagjellemzők a

- folyáshatár R_{eH}, R_{eL},
- szakítószilárdság R_m,
- arányos nyúlás A₅,
- keménységi mérőszámok HB, HV, HRC.

Ezek közül közvetlenül számításokra alkalmas anyagjellemző a folyáshatár (R_{eH}), melyet a szakítódiagram (14. ábra) kiértékeléséből lehet nyerni.

A leggyakrabban alkalmazott acélszerkezetek a folyáshatár szempontjából két fő csoportra lehet bontani. Az egyik csoport, melyeknél R_m < 500 MPa (14.a. ábra) kifejezett folyáshatárral rendelkezik, míg a másiknál ahol R_m > 500 MPa (14.b. ábra) kifejezetten folyáshatár nincs.

A kifejezett folyáshatárral nem rendelkező acéloknál megállapodás szerint a folyáshatár alatt az $\epsilon = 0,2\%$ maradó nyúláshoz tartozó értéket értjük.



14.ábra

A folyáshatárt mint a szerkezet teherbíróképességét csak a legkritikább esetben lehet közvetlenül felhasználni a méretezésre, mivel a szerkezet alakjának és az igénybevétel módjának a teherbíróképességet befolyásoló hatását nem veszi figyelembe.

Kísérletekkel bizonyított, hogy ha a szerkezet feszültségeloszlása nem homogén – például bemetszés, keresztmetszet-változás stb. miatt – a folyáshatár megemelkedik a sima húzott próbapálcán mért folyáshatárhoz viszonyítva ahogyan az a 14. ábra 2 jelű görbéi mutatják.

Hasonló jelenség játszódik le például inhomogén feszültségeloszlást okozó hajlításnál is.

Gyakran előforduló eset, hogy az egyébként kifejezett folyáshatárral rendelkező anyagoknál a folyás e miatt nem is jelentkezik.

Ezt a jelenséget, melyet a keresztmetszetváltozások környezetében kialakuló több tengelyű feszültségi állapot és az ún. támasztóhatás hoz létre, látszólagos folyáshatár-növekedésnek neveznek.

Így, ha a vizsgált szerkezeti elem legjobban igénybevett pontjában a számított feszültség eléri a látszólagos folyáshatárt (R'_{eH}) akkor ott a maradó deformáció nem haladja meg $\epsilon=0,2\%$ -ot.

Ezt az R'_{eH} feszültségértéket Siebel szerint a szerkezet teherbíróképességének lehet tekinteni és

$$R'_{eH} = \delta \cdot R_{eH} \quad (20)$$

formában lehet számítani, ahol δ az ún. folyáshatárviszony.

A folyáshatárviszony többek között függ a szerkezeti anyag nyúlóképességétől (R_{eH}), a szerkezet alakjától (α alaktényező) és az igénybevétel módjától is.

Az igen gyakran előforduló körszelvényű rudak esetén ha az igénybevétel:

-hajlítás

$$\delta_{hj} = \delta_{0hj} + 1.7(\alpha_{hj} - 1) \frac{200}{R_{eH}} \quad (21)$$

-csavarás

$$\delta_{cs} = \delta_{0cs} + 1.35(\alpha_{cs} - 1) \frac{200}{R_{eH}} \quad (22)$$

ahol R_{eH} MPa-ban helyettesítendő.

Továbbá, ha

$$R_{eH} = 200 \text{ MPa akkor}$$

$$\delta_{0hj} = 1.6 \text{ és } \delta_{0cs} = 1.3$$

$R_{eH} = 600 \text{ MPa}$ esetén pedig

$$\delta_{0hj} = 1.4 \text{ és } \delta_{0cs} = 1.2$$

A közbenső értékeket interpolálással lehet nyerni.

A $\delta \cdot R_{eH} = R'_{eH}$ látszólagos folyáshatár már a szerkezet alakját és igénybevételi módját is figyelembe veszi ezért szerkezetjellemező.

Az elmondottak alapján tehát a statikus terhelésű szerkezetek teherbíróképessége deformációs határ, melyet feszültség formájában adunk meg.

Vigyázni kell viszont arra, hogy az így megengedett $\epsilon=0,2\%$ maradó nyúlás a gépelem alakját megváltoztatja. Ez a maradó alakváltozás jelentős és nem engedhető meg, ha a szerkezet nagyobb részére terjed ki, például állandó átmérőjű "sima" tengelyeknél.

Ezt a hibát úgy lehet elkerülni, hogy ha az $\alpha < 2$ akkor a (21) és (22) összefüggéseket úgy kell módosítani, hogy $\alpha = 1$ -nél $\delta = 1$ értéket adjanak. (lásd Függelék).

Az esetek túlnyomó részében viszont a legnagyobb deformációk a feszültséggyűjtő helyeken jelennek meg mint helyi deformációk és csak a géprész kis szakaszára terjednek ki. Ezért az egész szerkezet alakját csak oly kis mértékben változtatják meg, hogy az elhanyagolható.

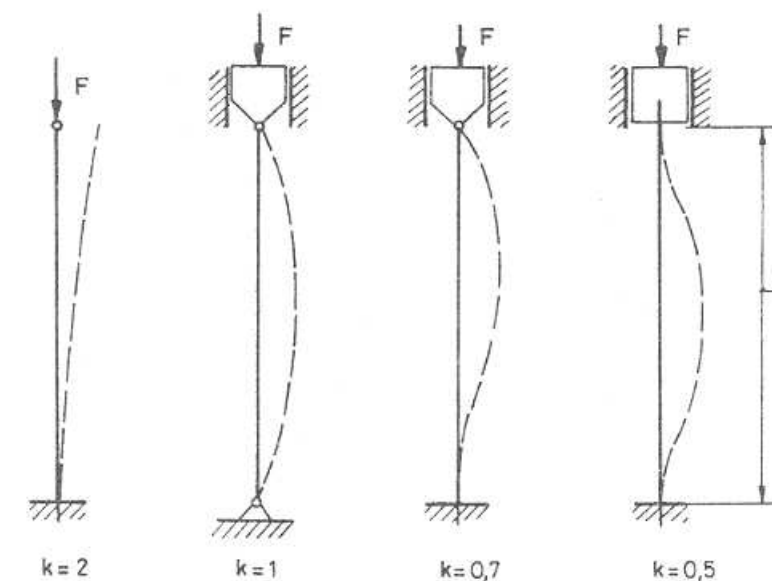
Különleges jelenség – rugalmas instabilitás (kihajlás) – léphet fel keresztmetszeti tényezőjükhöz viszonyítottan hosszú szerkezeti elemek (pl. mozgó csavarorsók) nyomó igénybevétele esetén.

Ilyen jellegű szerkezetek teherbíróképessége alatt azt a legnagyobb nyomóerőt (F_{krit}) értjük melynél a szerkezet még éppen nem hajlik ki, még rugalmasan stabilis állapotban van.

Az, hogy ez az ún. kritikus terhelés mekkora, függ a szerkezet méretétől, anyagától és megtámasztási módjától is.

A szerkezet méretét és megfogásának módját az ún. karcsúsági tényezővel lehet számításba venni:

$$\lambda = \frac{l_e}{i_{min}} = k \cdot \frac{l}{i_{min}} \quad (24)$$



15.ábra

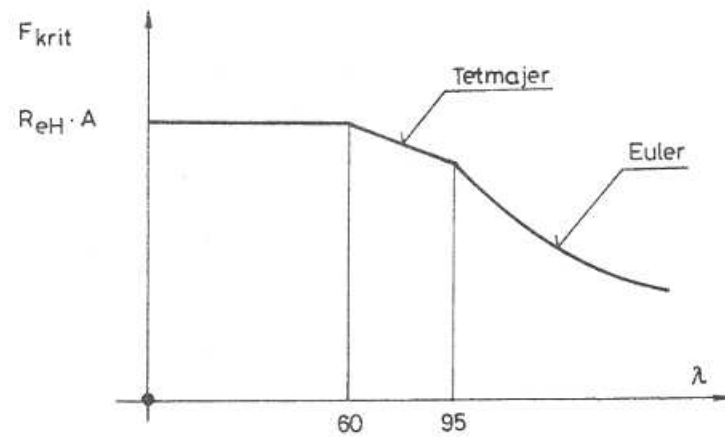
A (24.) összefüggésben:

l [mm] a rúd valódi hossza,

l_e [mm] az un. egyenértékű rúdhossz,

i_{\min} [mm] a rúd keresztmetszetének minimális inerciasugara.

A kritikus törőerő, mint teherbíró képesség a karcsúsági tényező függvénye a 16.ábrának megfelelően,



16.ábra

vagyis, ha:

- $\lambda < 60$ akkor

$$F_{\text{krit}} = R_{eH} \cdot A \quad (25)$$

azaz kihajlás nincs,

- $60 < \lambda < 95$

$$F_{\text{krit}} = (c_1 - c_2 \lambda) A \quad (26)$$

ahol c_1 és c_2 anyagtól függő állandók a II. táblázat szerint,

- $\lambda > 95$

$$F_{\text{krit}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} A \quad (27)$$

és mindhárom esetben A [mm²] a rúd keresztmetszeti területe.

II. táblázat

Az anyag jele	C_1	C_2
	[MPa]	
Fe 235	290	0,82
Fe 275	310	1,14
Fe 490	470	2,62
Fe 590	590	3,82

1.3.2. Változó igénybevételnek kitett szerkezetek teherbíróképességének meghatározása A kifáradás

Már a múlt század közepén felfigyeltek arra a jelenségre, hogy egyes alkatrészek – pl. vasúti kocsi tengelyek – melyek változó nagyságú terhelésnek voltak kitéve jóval a statikus teherbíróképességüknél kisebb terhelés hatására is eltörték bizonyos idő, illetve terhelésméltódsági szám után.

Ezt a jelenséget *kifáradásnak*, a törést *kifáradásos törésnek* nevezték el.

A kifáradásos törés jellegzetessége, hogy csak egy bizonyos idő elteltével következik be (élettartam) és jellegzetes törési felületet ad.

A fáradásos törés mint folyamat három egymást követő jelenség végeredménye, melyek:

- a repedés keletkezése,
- a repedés terjedése,
- a végső törés.

Tapasztalat az, hogy a fáradt törést okozó repedés általában a szerkezet külső felületén vagy annak közelében keletkezik ott, ahol valamilyen okból feszültségcsúcspont lép fel és az igénybevétel húzó.

Mint ismert, feszültségcsúcspontot okozhat a szerkezeten alkalmazott hirtelen méretváltozás, sarkokban, vállaknál túl kis lekerekítési sugár, olajfurat, ék- vagy reteszhorony, de bármilyen felületi egyenetlenség pl. esztergálás-nyom, karcolás, de egy beütött jel is.

Ezek a helyeken még viszonylag alacsony (a folyáshatár alatti) változó terhelés esetén először csúszókötegek, majd hasadékok keletkeznek, melyből mikrorepedések, majd a fáradt törést okozó repedés alakul ki.

Repedés keletkezhet akkor is, ha a szerkezetet váratlan túlterhelés éri.

A repedés megjelenése még nem jelenti azt, hogy az alkatrész tönkrement, még hosszú ideig működőképes lehet, mivel a második szakaszhoz a repedés terjedéséhez is idő kell.

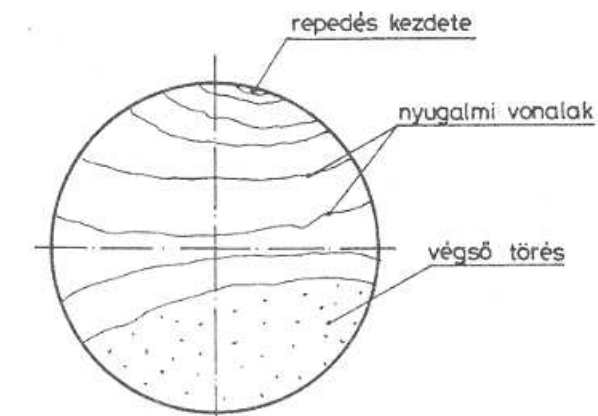
A fáradás végső szakasza a törés. Akkor következik be, ha a terjedő repedés annyira lecsökkenti a keresztmetszetet, hogy az már a névleges terhelést sem bírja ki, így statikusan eltörik.

Ezt a folyamatot jól mutatja a tört felülete, mely két elkülönülő részből áll.

Az egyik rész sima felületű un. nyugalmi vonalakkal, mely a repedésterjedés szakasza, a másik szemcsés a statikusan eltört rész.

A nyugalmi vonalak az üzemen kívüli állapotban alakulna ki.

Erre mutat példát a 17.ábra, amely egy forgó hajtogatásnak kitétt tengely törtképét mutatja.

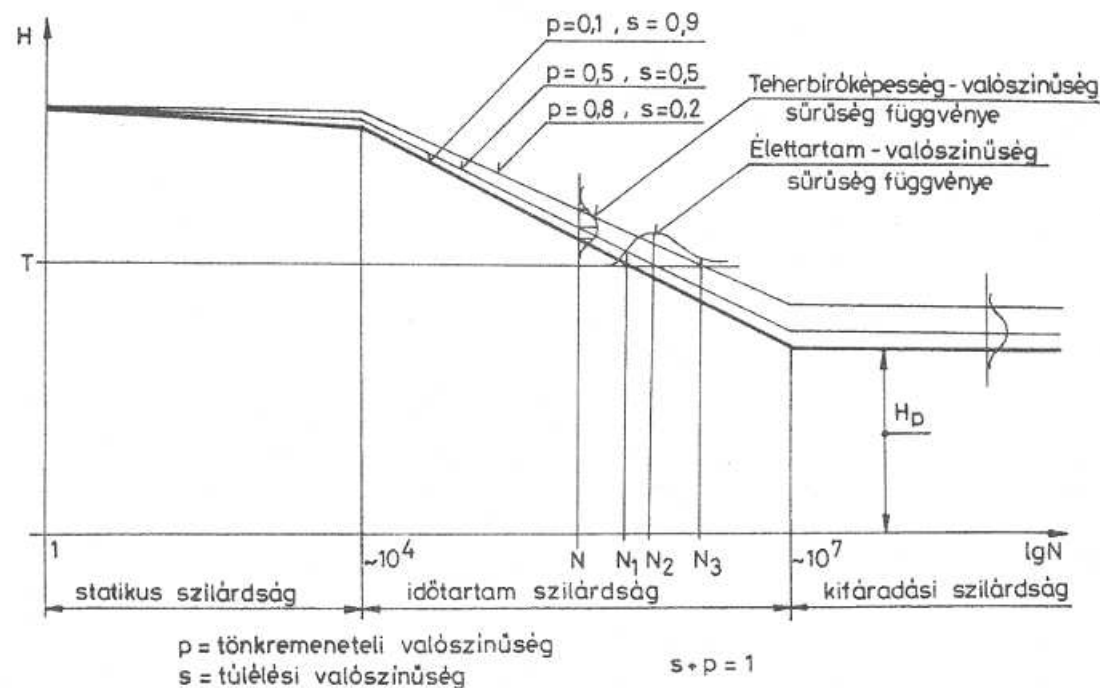


17.ábra

Hasonló módon de más formában jelentkezik a kifáradási jelenség gördülőcsapágyaknál és fogaskerekeknél.

Itt bizonyos idő után az érintkező felületeken gödrösödés, kipattogzás tapasztalható ami a szerkezeti elem használhatatlanságához vezet. Ilyen esetben tehát a tönkremenetel nem törés, hanem nagyméretű méretváltozást és felületi elhasználódást jelent.

Változó igénybevételnek kitett alkatrészeknél a tönkremenetelt okozó legkisebb terhelés és a törésig elviselt terhelési ciklusszám között a 18. ábrán látható összefüggés tapasztalható, amely a Wöhler görbe. Mivel az adott terhelési ciklus fellejtéséhez azzal arányos időre van szükség, a vízszintes tengely egyben időtartamot is jelent.



18. ábra

A Wöhler (kifaradási) diagramnak néhány jellegzetes tulajdonsága van.

a.) A kifaradási görbét három szakaszra szokás bontani.

Az $1-10^4$ ciklusszámig terjedő szakasz a statikus igénybevételek területe. Ha a terhelés ilyen kis ciklusszámmal már törést okoz azt *statikus jellegűnek* kell tekinteni.

A $10^4 \rightarrow 10^7$ ciklusszámhoz tartozó szakaszban a teherbíró-képesség rohamosan csökken a ciklusszám növekedésével. Ez az élettartamszakasz. Itt valamely ciklusszámmal tartozó ordinátaértéket *élettartam-szilárdságnak* nevezik. Adott élettartamra történő méretezésre alkalmazható terület.

Ha az alkatrész 10^7 terhelésciklust kibír tönkremenetel nélkül, akkor fáradt törés már nagy valószínűséggel nem fog fellépni. Az alkatrész élettartama elméletileg végtelen. Az a legnagyobb terhelés, melyet a szerkezet "végtelen sok" ismétlődés esetén is kibír a *kifaradási határterhelés*. Ez a "végtelen" élettartamra tervezett alkatrészek teherbíróképessége a *kifaradási határ* (H_D).

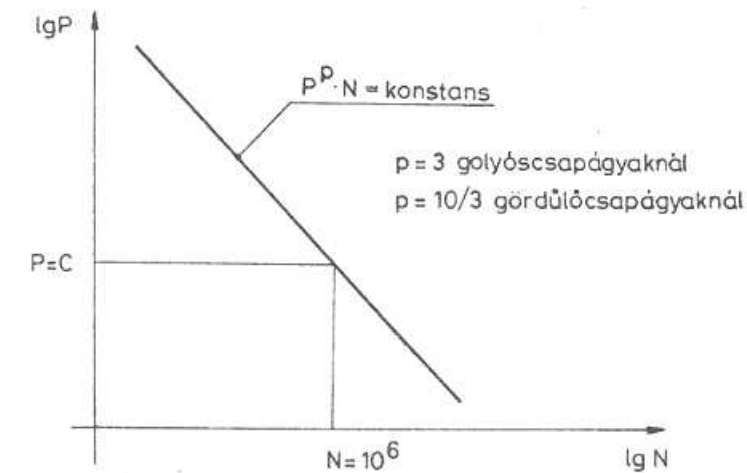
Megjegyzendő még, hogy néhány esetben pl. műanyagok, gördülőcsapágyak, stb. nincs a görbének aszimptotája (1.19. ábra) azaz ezeknek a szerkezeteknek nincs kifejezett kifaradási határjuk. Ezeket mindig élettartamra kell méretezni.

b.) A mérésrel meghatározott adatoknak mindig jelentős szórásuk van, vagyis még azonos anyagú és méretű alkatrészek azonos terhelés mellett is különböző terhelési ciklust bírnak ki, különböző az élettartamuk. Ez azt jelenti, hogy pl. a 18. ábrán T terhelés hatására a vizsgált alkatrészek 10 %-a már N_1 terhelési ciklusszámmal tönkrement így 90 %-a azt túlélte. Ugyanakkor pl. N_2 terhelési ciklust 50 %-uk, N_3 -at csak 20 %-uk élte túl.

Az ilyen időben véletlenszerűen bekövetkező (nem determinisztikus) eseményeket sztochasztikus folyamatoknak hívjuk és vizsgálatukat a matematikai statisztika módszereivel lehet elvégezni, melyek végeredménye valamilyen eloszlásfüggvény.

Ha az élettartamot tekintjük véletlenszerűen bekövetkező eseménynek *élettartam-valószínűség eloszlásról*, ha a teherbíró - képességet *teherbíróképesség-valószínűségi eloszlásról* beszélünk, melyek sűrűségfüggvényei a 18. ábrán be vannak rajzolva.

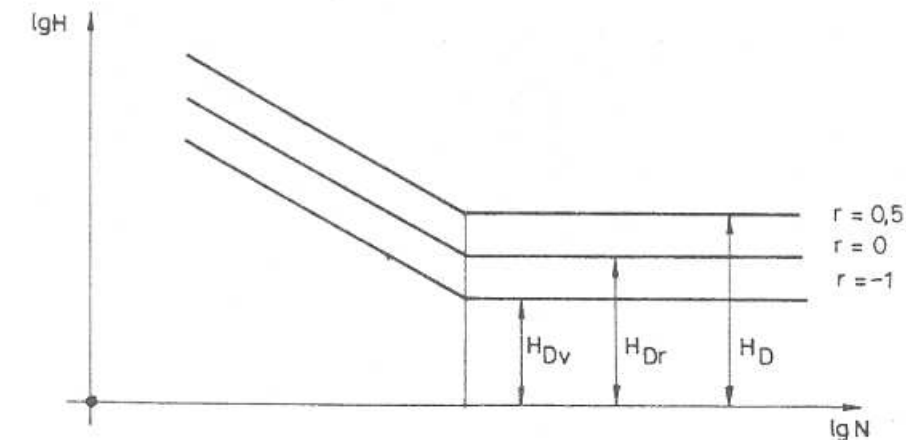
Tehát egy diagramgörbe mindig csak egy tönkremeneteli vagy túlélési valószínűséghez tartozik. Általában az 50 %, de például gördülőcsapágyak esetén a 90 % túlélési valószínűséghez tartozó görbét szokták megadni.



19. ábra

c.) A kifaradási görbe élettartam szakaszának alakja hiperbolikus. Így, ha logaritmusos léptékű koordinátarendszert választunk a görbe egyenesként ábrázolható. Egyszerűségénél fogva ezt az ábrázolási módot szokás alkalmazni, ahogyan az a (18. és a 19.) ábrákon is látható.

d.) Egy szerkezeti elem teherbíróképessége (Wöhler görbéje) függ a terhelés időbeni lefolyásától is. Más értéket kapunk lengő, mást lüktető igénybevétel esetén, ahogyan azt a 20. ábra mutatja.



20. ábra

Megfigyelés, hogy növekvő középterheléshez növekvő teherbíró-képesség tartozik. Ha csak a kifaradási határokat vizsgáljuk, a tiszta lengő igénybevételhez tartozó ($r=-1$) kifaradási határt *lengő szilárdságnak* (H_{Dv}) a tiszta lüktető igénybevételhez tartozót ($r=0$) *lüktető szilárdságnak* (H_{Dr}) nevezzük, figyelembe véve azt, hogy a teherbíróképességet is két részre lehet bontani a terheléshez hasonlóan:

$$H_D = H_{Dm} + H_{Da} \quad (28)$$

ahol H_{Da} a kifaradási határ amplitúdó, H_{Dm} pedig annak közepes értéke.

A változó igénybevételnek kitett szerkezetek teherbíróképességét többféle módon szokás megadni.

a.) Kész szerkezeteken végzett fárasztóvizsgálatoknál nyert adatokkal *erő*, vagy *nyomaték* formában. Az így nyert adatok *szerkezetjellemzők* és közvetlenül felhasználhatók a tervezéshez. Példa erre a gördülőcsapágyak nagyságának kiválasztása (1. 19. ábrát)

b.) Kész szerkezeteken végzett fárasztókísérletek alapján nyert adatokkal *feszültség formában*. Az így nyert adatok is *szerkezetjellemzők*, melyeket szintén közvetlenül fel lehet használni. Ilyen adatok alapján tervezzük például a csavarkötéseket, rugókat, fogaskerekeket.

c.) Vannak olyan szerkezeti elemeink melyekre nincs mód mérési adatokat megadni. Ilyenkor a szerkezeti anyag teherbíróképességét határozzák meg fárasztóvizsgálatokkal, mely így anyagjellemző. Ebből az adatból kell tervezéskor a kérdéses szerkezet teherbíróképességét mint szerkezetjellemzőt meghatározni. Így tervezzük pl. a tengelyeket, stb.

Az a.) és a b.) változatok mindig konkrét elemekhez kapcsolódnak így azok részletesebb ismertetésére az adott esetekben kerül sor.

A c.) változat viszont eléggé általános, így a továbbiakban csak ezzel foglalkozunk.

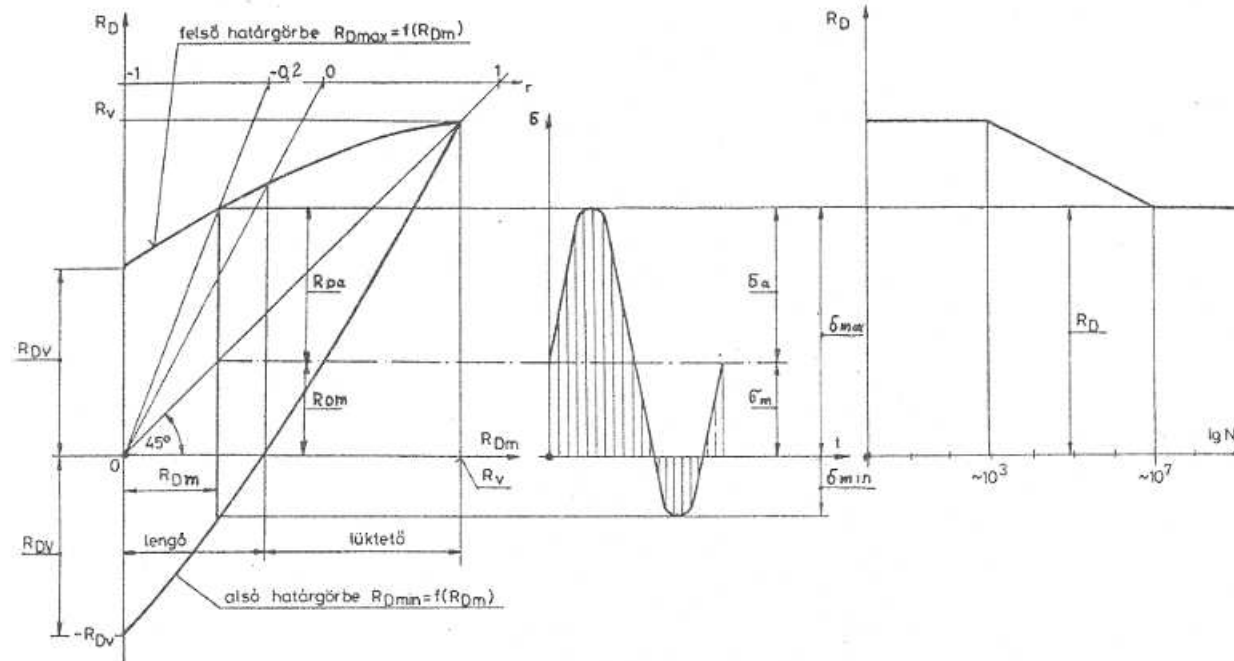
Az anyagjellemzőket tartalmazó táblázatok és diagramok adatait 10 mm átmérőjű polírozott felületű hengeres próbatestek felhasználásával fárasztógépen határozzák meg.

Szokás a méretezés megkönnyítése érdekében a különböző feszültségfolyásokhoz (r) tartozó kifáradási határfeszültségeket egyetlen diagramban összefoglalni. Az irodalom többféle megoldást is ismertet.

Ezek közül igen elterjedt a Smith féle ábrázolási mód, amelyik a kifáradási határfeszültség (R_D) függését mutatja a közép feszültség (R_{Dm}) függvényében.

De igen gyakran lehet találkozni a Haigh diagramokkal is. Itt a kifáradási határfeszültség amplitúdó (R_{Da}) változása látható a közép feszültség (R_{Dm}) függvényében.

Smith diagramnál (ahogyan azt a 21.a. ábra mutatja) egy felső és egy alsó határgörbe rajzolható.



21. ábra

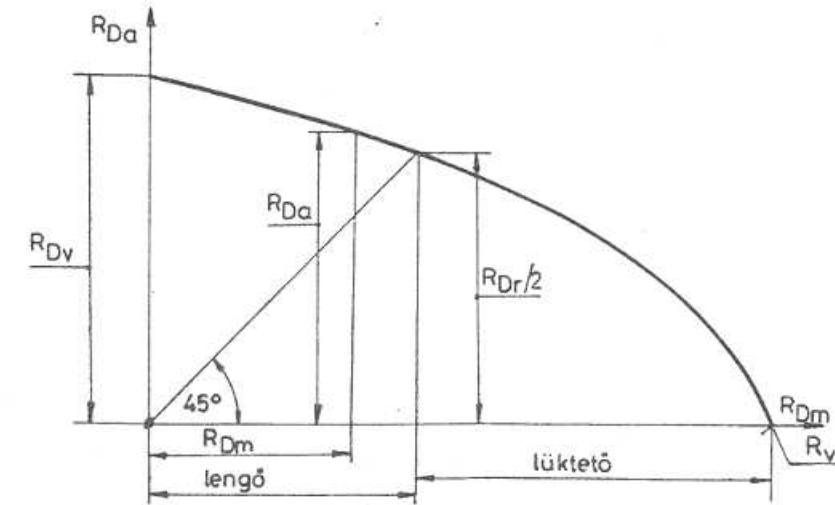
A felső határgörbe az $R_{Dmax}=R_{Dm}+R_{Da}$, az alsó határgörbe az $R_{Dmin}=R_{Dm}-R_{Da}$ változását adja az R_{Dm} függvényében. Az ábrából leolvasható, hogy növekvő közép feszültségekhez (R_{Dm}) csökkenő kifáradási határ amplitúdó (R_{Da}) tartozik úgy, hogy összegük a kifáradási határfeszültség ($R_D=R_m+R_{Da}$) nő.

A két görbe az R_v kontrakciós szilárdság (mint valódi statikus szakítószilárdság) értéknél metszi egymást és egymásból a berajzolt 45°-os egyenesre függőleges tükrözéssel nyerhetők.

Ha a 13. ábrával kapcsolatban bevezetett asszimetria - tényezőt (r) itt is használjuk akkor annak egyes értékeihez tartozó kifáradási határfeszültségek is leolvashatók a meghúzott sorozó egyenes segítségével. Az $r = -1$ tiszta lengő igénybevételhez az R_{Dv} lengőszilárdság, az $r = 0$ lüktető igénybevételhez az R_{Dr} lüktetőszilárdság, mint jellegzetes érték tartozik.

A 21.b. ábra egy adott pl. $r = -0,2$ értékhez tartozó határigénybevétel időbeni lefolyását, a 21.c. ábra pedig az adott r értékekhez tartozó Wöhler görbéket ábrázolja a Smith diagrammal összefüggésben.

Gyakran alkalmazott a Haigh ábrázolási mód is (22. ábra).

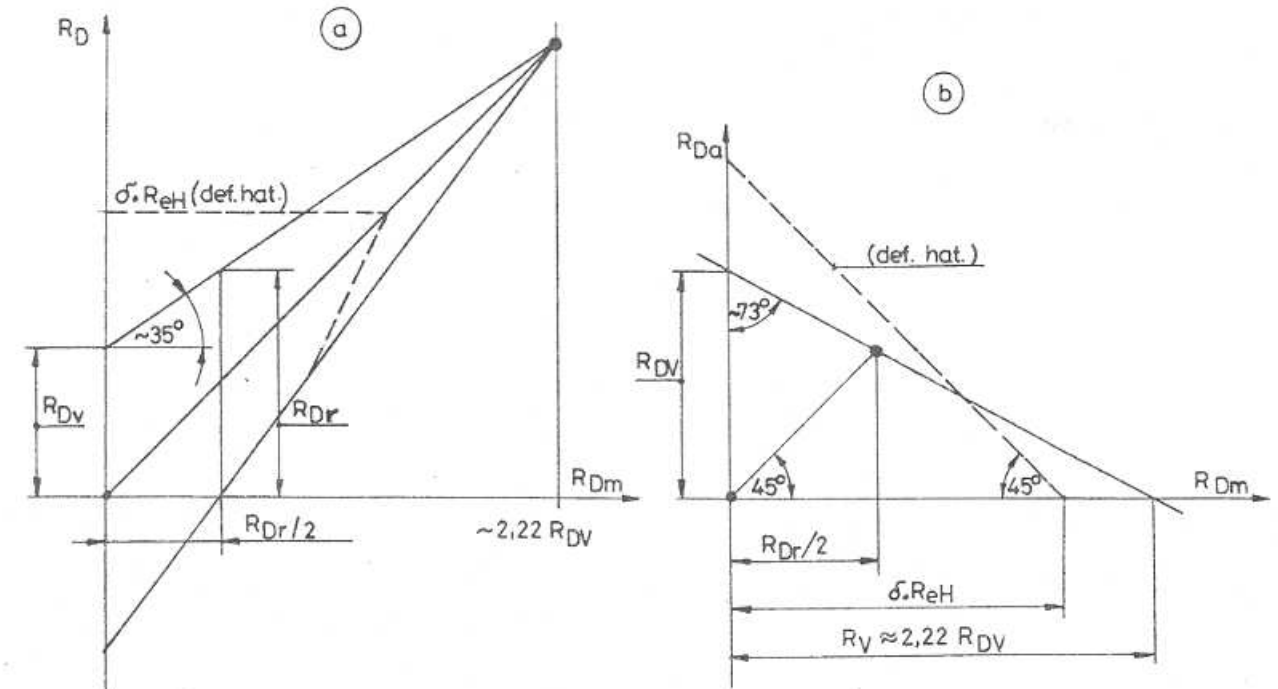


22. ábra

Ebből a diagramból pedig az adott közép feszültséghez tartozó határfeszültség amplitúdó olvasható ki.

A lengőszilárdság (R_{Dv}) a függőleges tengelyen van felvéve, míg a lüktető szilárdság fele ($R_{Dr}/2$) a 45°-os egyenessel kimetszett ponthoz tartozó érték. A görbe itt az R_v kontrakciós szilárdság értéknél metszi a vízszintes tengelyt.

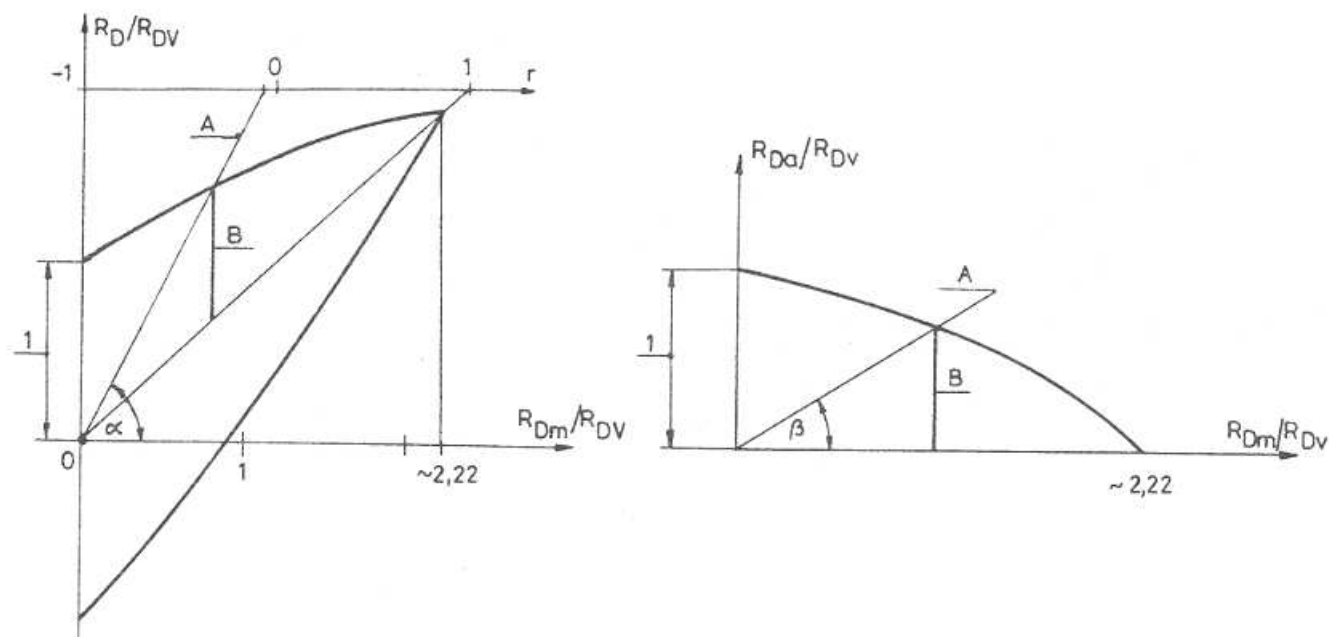
Mivel a Smith vagy Haigh diagram felvételéhez igen sok próbatest eltörése szükséges, a pontos diagram helyett szokás néhány adatból (R_{Dv} , R_{Dr} esetleg R_v) közelítő diagramot rajzolni, mely a gyakorlati számításokhoz jól alkalmazható. A közelítő Smith diagram a 23.a., a közelítő Haigh diagram pedig a 23.b. ábrán látható.



23. ábra

Mindkét esetben a szerkesztés menete az ábrákból jól nyomon követhető. Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a diagramok nagy közepes feszültségeihez tartozó részét le kell határolni a deformációs határral mely a szerkezet statikus teherbíróképességét jelenti.

Újabb a kifáradási diagramok közelítő szerkesztése helyett a jobban kezelhető egységdiagramos módszer alakult ki. Ennek lényege az a megfigyelés, hogy a különböző viszonyok között felvett Smith vagy Haigh diagramok hasonlóak, csupán a metszések nagysága változik. Így, ha minden egyes értéket a lengőszilárdsággal elosztjuk a 24. ábrához jutunk.



24. ábra

Minden egyes

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_D}{R_{Dm}} = 1 + A \quad \text{ill} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{R_{Da}}{R_{Dm}} = A \quad (29)$$

meredekségű egyeneshez egy B fajlagos amplitúdó tartozik, melynek értékét a III. táblázat tartalmazza az

$$A = \frac{R_{Da}}{R_{Dm}} \quad (30)$$

függvényében. Így az értelmezés szerint

$$B = \frac{R_{Da}}{R_{Dv}} \quad (31)$$

lesz.

III. táblázat

A	5.00	2.00	1.00	0.50	0.33	0.20	0.10	0.05
B	0.955	0.887	0.790	0.662	0.505	0.352	0.205	0.108

Míndezekből következik, hogyha ismeretes az anyag lengőszilárdsága (R_{Dv}), bármely határfeszültség amplitúdó (R_{Da}) meghatározható, ha az A vagy az r ismert a (31) segítségével:

$$R_{Da} = B \cdot R_{Dv} \quad (32)$$

Egyébként könnyen bizonyítható, hogy az A és r között az

$$A = \frac{1-r}{1+r} \quad (33)$$

összfüggés áll fent.

Az így meghatározott *Smith* vagy *Haigh* diagramok csak *egyszerű igénybevételekre* (pl. húzás, nyomás, hajlítás, csavarás) érvényesek. Vagyis minden egyes anyagra és igénybevételi fajtára is külön - külön meg kell határozni a diagramokat.

Egyébként összehasonlításképpen megállapítható, hogy egy adott anyag esetén legkisebb területe a húzó-nyomó, legnagyobb a hajlítóigénybevétel mellett felvett diagramoknak van. Csavaró igénybevétel esetén – igazolván a H.M.H. elmélet helyességét – a terület a kettő közé esik.

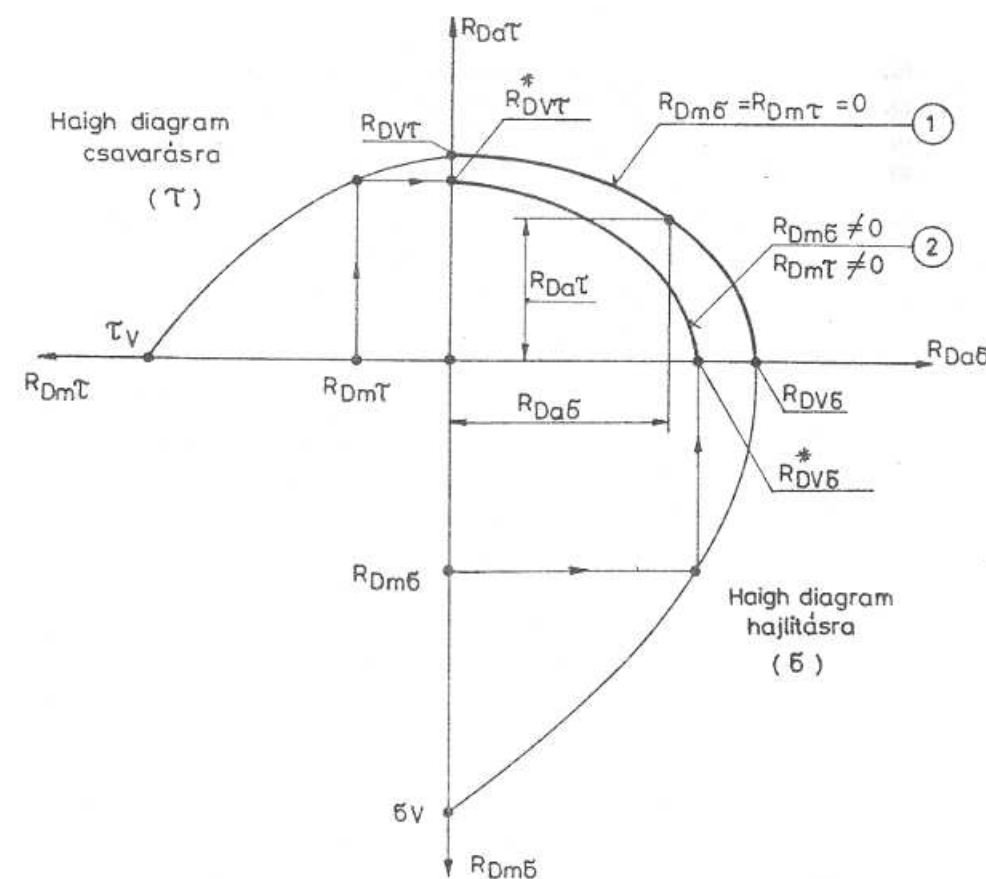
Összetett igénybevételek pl: az igen gyakran előforduló hajlítás és csavarás esetén a viszonyok lényegesen bonyolultabbak, mivel az eddigi két feszültségösszetevő (R_{Dm} és R_{Da}) helyett négy, ($R_{Dm\sigma}$ és $R_{Da\sigma}$ továbbá $R_{Dm\tau}$ és $R_{Da\tau}$) feszültségösszetevővel kell számolni.

Kísérletekkel bizonyított tény viszont, hogy a H.M.H. elmélet kifáradásra történő vizsgálatoknál is alkalmazható. Így az egyszerű igénybevételekkel meghatározott kifáradási anyagjellemzőkből (pl. Haigh diagramokból) az összetett igénybevételre érvényes kifáradási diagram megszerkeszthető a 25. ábrának megfelelően.

Az így nyert kifáradási diagram, mely ellipszis, a határállapotot jelentő, összetartozó határamplitúdókat ($R_{Da\sigma}$ és $R_{Da\tau}$) adja. Az ábrából kitűnik, hogy az ellipszis területe legnagyobb, ha közepes feszültségek nincsenek, vagyis mindkét igénybevétel lengő (1 jelű görbe) és az csökken, ha közepes feszültségek vannak. Az ellipszis egyenlete is könnyen felírható az ismert formában:

$$\frac{R_{Da\sigma}^2}{R_{Dv\sigma}^2} + \frac{R_{Da\tau}^2}{R_{Dv\tau}^2} = 1 \quad (34)$$

ha közepes feszültségek nincsenek. Amennyiben közepes feszültségösszetevők is vannak a csillaggal jelzett módosított lengőszilárdságokat kell a nevezőbe helyettesíteni.

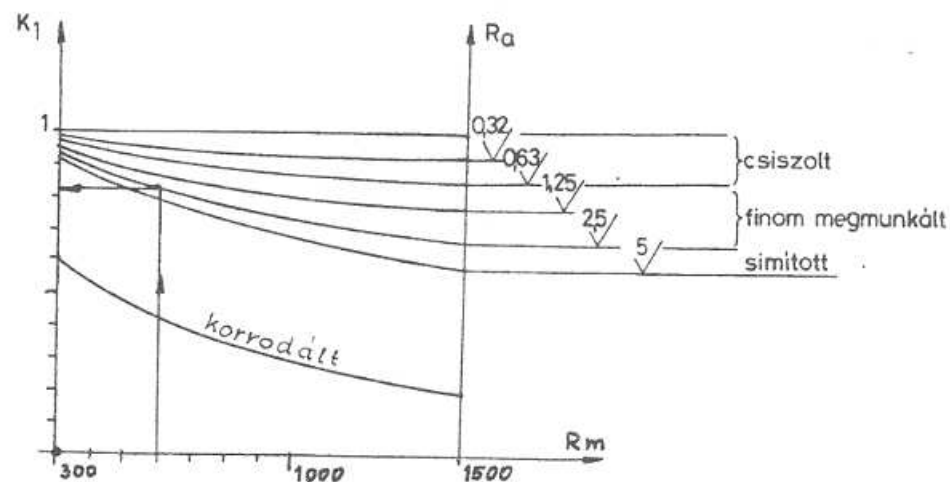


25. ábra

Az előzőekben ismertetett diagramok adott méretű (szabványos) próbatesteken végzett fárasztó kísérletek alapján lettek meghatározva így *anyagjellemzőket* tartalmaznak.

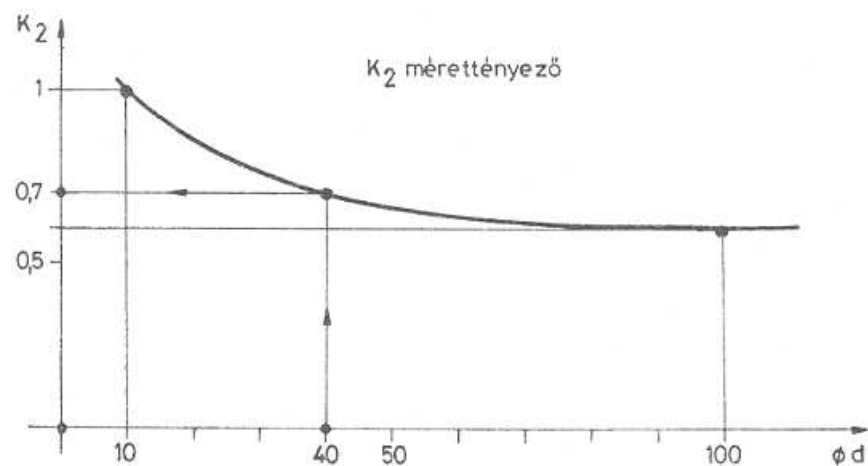
Az adott anyagból készített szerkezeti elem teherbíróképessége, mint *szerkezetjellemző* ettől eltérő lesz, amennyiben annak alakja, felülete, mérete eltér a vizsgálatoknál használt próbatestétől. Az igen sokféle befolyásoló hatás közül számszerűen a felületminőség (k_1), a méret (k_2) és az alak (β) hatását tudjuk figyelembe venni kísérleti adatokra támaszkodva.

Tapasztalat szerint az alkatrész felületi érdességének növekedése csökkenti a kifáradási határt a polírozott felületű ($R_a \cong 0,16 \mu\text{m}$) próbatesten mérthez viszonyítva, melyet a k_1 felületminőségi tényezővel lehet számításba venni (26. ábra). A tapasztalat azt mutatja, hogy a csökkenés határozottabban jelentkezik a ridegebb, nagyobb szakítószilárdságú anyagoknál, melyet figyelembe kell venni.



26. ábra

Hasonlóan a felületminőséghez az alkatrészek méretének növekedése a teherbíróképességüket, azaz a kifáradási határukat csökkenti a 10 mm átmérőjű próbapálcán mérthez viszonyítva. Ezt a csökkenést egy, az átmérőtől függő k_2 tényezővel vehetjük számításba, melynek nagyságát a 27. ábra tartalmazza. Bár ez a diagram kifejezetten lengő hajlító igénybevétel esetére érvényes más igénybevételekre is jól használható.



27. ábra

Az előzőekhez viszonyítottan erőteljesebb teherbíró-képesség csökkenést okoznak a szerkezeteken szükségszerűen jelenlévő hornyok, furatok, keresztmetszerváltozások. Ez a csökkentő hatás annál jelentősebb minél jobban eltér az alak az ideális pl. hengeres kialakítástól, főleg azért mert annak környezetében kialakult feszültségcsúcsok kedveznek a repedések kialakulásának.

A feszültségcsúcsok nagysága változó igénybevétel esetén kisebb, mint a statikus terheléskor (melyet az α alak tényezővel lehet számítani) a fellépő támaszhatás és a változó rugalmas és képlékeny alakváltozások *feszültségcsúcs* csökkentő hatása miatt, melyek képlékenyebb (kisebb szakítószilárdságú) anyagoknál erőteljesebben jelentkeznek.

Ebből viszont az következik, hogy a nagyobb szilárdságú anyagok "érzékenyebbek" a kifáradásra. Ezért az ezekből készített szerkezeti elemek akkor használhatók ki jól, ha kevésbé tagolt alkatrészek készülnek belőlük, ha a terhelésük időben változó. Ugyanakkor a szükségszerűen erősen tagolt szerkezeti elemeket képlékenyebb, kisebb szilárdságú anyagokból célszerű készíteni.

Az alak teherbíró-képesség csökkentő hatását egy úgynevezett "horonytényezővel" (β) lehet figyelembe venni, melynek nagyságát kísérleti úton fárasztóvizsgálatokkal lehet meghatározni. Ez a (35) összefüggés szerint, a hengeres és a bemetszéssel ellátott alkatrészen mért kifáradási határ viszonyát jelenti:

$$\beta = \frac{R_D}{R'_D} \geq 1 \quad (35)$$

ahol R_D a hengeres, R'_D a bemetszett alkatrészen mért kifáradási határ.

A horonytényező nagysága függ az igénybevétel módjától is. Így külön kell figyelembe venni pl. a húzóigénybevételhez a β_H , a hajlítóigénybevételhez a β_{Hj} , vagy a csavaróigénybevételhez a β_{Cs} értékét azonos kialakítás esetén is.

A horonytényező meghatározása igen sok kísérleti munkát igényel. Az eddig lefolytatott kísérletek eredményeit táblázatok, illetve nomogramok formájában szokás megadni, melyek az idevágó szakirodalomban megtalálhatók.

Az anyagok kifáradási tulajdonságait az ismertetetteken túl, még számos egyéb tényező is befolyásolja. Ezek számszerű értékei még kevésbé tisztázottak. A számításoknál ezt úgy lehet figyelembe venni, hogy a kifáradási határt a leírt tapasztalatnak megfelelően alacsonyabb, vagy magasabb értékkel helyettesítjük.

Néhány fontosabb tényező még:

Hőmérséklet: a szobahőfokon érvényes kifáradási határ közelítőleg 300 ...400 °C-ig tekinthető érvényesnek. (Pontosabban 100 °C körül ez az érték kissé csökken, vagy nem változik, míg 300 ...400 °C körül maximumot ér el.)

A folyáshatár – mint ismeretes – 200 °C felett lényegesen csökken.

A hőmérséklet csökkenésével a szilárdsági értékek, így a kifáradási határ is emelkednek, azonban az anyag ridegebbé válik, ami a hornyolt alkatrészeknél végeredményben az alkatrész szilárdságának csökkenéséhez vezet.

Korrózió: Rendkívül nagy mértékben rontja a kifáradási tulajdonságokat mivel a felületen lévő kristályok folytonosságát bontja meg. Már 1 – 2 napos vízben történő korrodálás is lényeges szilárdságcsökkenést okoz. Ilyenkor a Wöhler görbe vízszintes szakaszának megfelelő kifáradási határ nem is mutatkozik. A korrózió hatását ha pontos adatunk nincs a 26. ábra szerint lehet figyelembe venni.

Hidegalakítás: a kifáradási határt kis mértékben, a folyáshatárt viszont nagymértékben növeli, az anyag nyúlóképességét azonban csökkenti, így az anyag ridegebbé válik.

Hengerlés, kovácsolás: a szövetszerkezetet finomítja, ez pedig javítja a szilárdsági tulajdonságokat, így a kifáradási határt is. A kristályok nyújtott alakja miatt a kifáradási határ függ a feszültség irányától is.

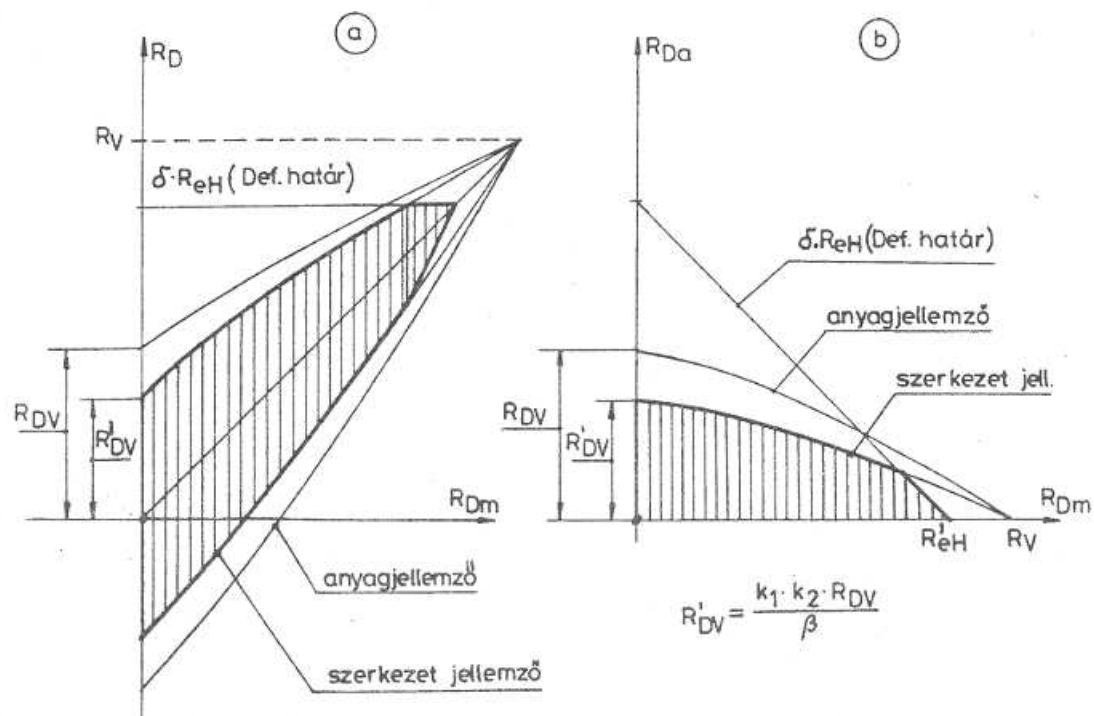
Hőkezelés, edzés, nemesítés: finomabb és keményebb szövetszerkezetet eredményez, ezért a kifáradási tulajdonságok is javulnak. Ugyanakkor a nagyobb keménység miatt az anyag szennyezettségének hatása fokozottabban érvényre jut. Különösen a felületi keménységet fokozó hőkezelések (betétedzés, nitridálás, láng- és indukciós edzés) kedvező, ugyanis a martenzit képződés térfogatnövekedéssel jár, ami belső nyomófeszültséget létesít a felületi rétegben, ezek pedig a külső terhelésből származó feszültségeket csökkentik.

Felületgörgőzés, sörétfuvarás: ugyancsak nyomófeszültséget hoz létre a felületi rétegben, ezért a felületi hőkezeléshez hasonlóan jelentősen növeli a kifáradási határt.

Az elmondottakból az következik, hogy egy váltakozó igénybevételnek kitett szerkezeti elem teherbíróképessége, mint szerkezetjellemző (R'_D) meghatározható az anyagra méresek alapján felvett anyagjellemzőből (R_D), ha a kialakításból adódó módosító hatások (k_1, k_2, β) ismertek:

$$R'_D = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot R_D}{\beta} \quad (36)$$

Mivel az R_D kifáradási határ Smith vagy Haigh diagram formájában adott (l: 21., 22. ábra) egyszerű igénybevételek esetén, azok területe fog módosulni a 28. ábrának megfelelően.



28. ábra

Az előzőekben vázolt, a kifáradással kapcsolatos számítási lehetőségek kísérleti eredményekre lettek alapozva és összefoglalóan *Thum-Lehr* eljárásnak hívják őket.

Az utóbbi időben terjedt el a főleg tengelyek méretezésére használható, már elméleti alapokon nyugvó *Bollenrath-Troost* kifáradási elmélet.

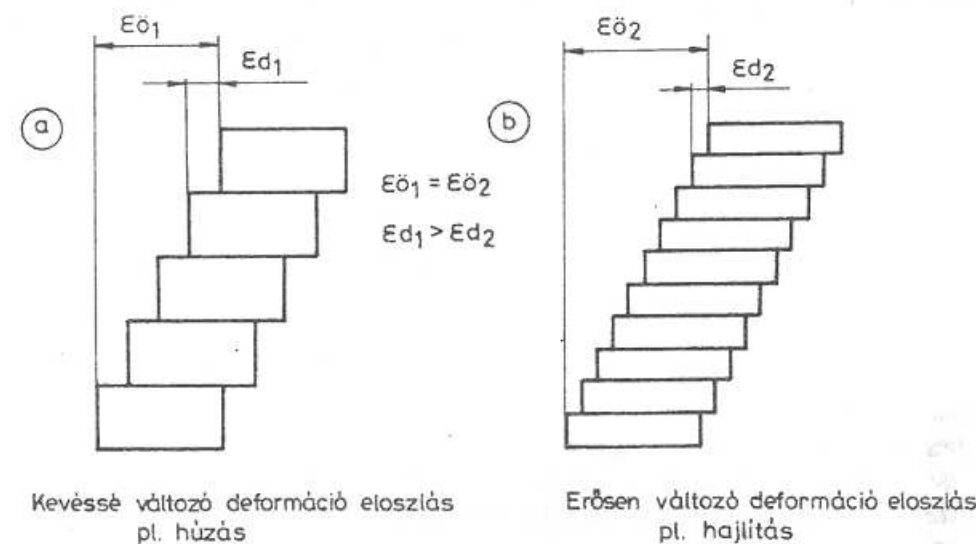
Az elmélet azon a megfigyelésen alapszik, miszerint kifáradásos törés akkor és ott keletkezik egy szerkezetben, ahol a terhelés hatására létrejött rugalmatlan deformáció egy kritikus értéket túllép és ez a túllépés elegendően sokszor ismétlődik.

A létrejött rugalmatlan deformáció a szerkezetet alkotó fémkristályok kristálysíkjai közötti elcsúszások. Megfigyelés, hogy adott esetben a kristálysíkokon létrejött rugalmatlan deformáció nagysága a terhelésen túl a szerkezet vizsgált részén létrejött deformációeloszlástól is függ a 29. ábrán vázoltak szerint.

Az ábrából kitűnik, hogy azonos terhelés (feszültség) által létrejött összdeformációból (ϵ_0) annál kisebb hányad jut a rugalmatlan deformációra (ϵ_d), minél egyenlőtlenebb a deformációeloszlás (29.b. ábra) mivel ilyenkor sok kristálysíkban indul el az elcsúszás, és egy-egy síkra kevesebb rugalmatlan deformáció jut. Mindebből viszont az következik, hogy minél jobban változik a deformációeloszlás a szerkezet vizsgált környezetében, annál nagyobb ott a kifáradási szilárdság. E jelenséghez párosul még a támasztóhatás is amely szintén szilárdság növelő hatású. Ezek alapján, amennyiben ismerjük a vizsgált szerkezet deformáció- (feszültség-) eloszlását, annak kifáradási szilárdságára következtethetünk.

Így például húzó-nyomó igénybevétel esetén mivel a deformáció- (feszültség-) eloszlás közel egyenletes

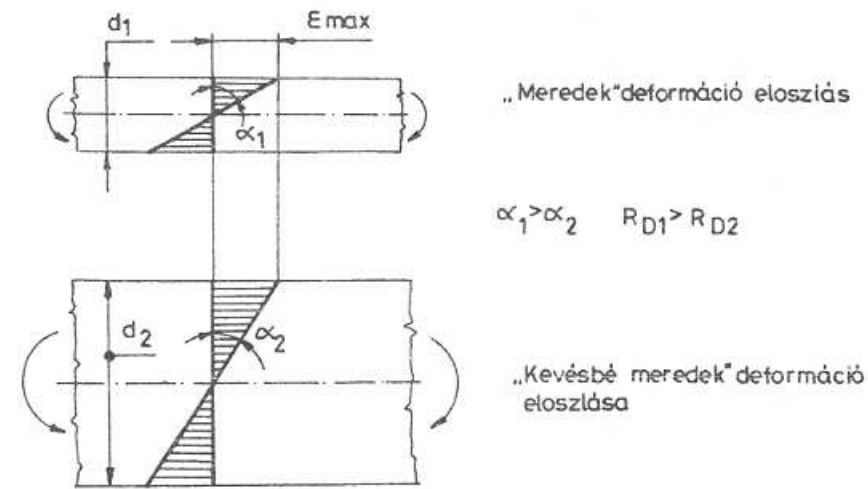
(l: 5. ábrát) a kifáradási szilárdság kisebb kell legyen, mint hajlítáznál, vagy csavarásnál, mivel ott inhomogén deformáció- (feszültség-) eloszlás alakul ki (l: 6. ábra).



29. ábra

Még erőteljesebben jelentkezik az egyenlőtlen deformáció- (feszültség-) eloszlás szilárdságnövelő hatása feszültséggyűjtő helyek (vállak, keresztmetszetváltozások stb.) környezetében. Természetesen az itt egyébként fellépő csúcshatások ellentétes hatást fejtenek ki, amennyiben kedveznek a repedések kialakulásának. E két ellentétes hatás eredményeként alakul ki a szerkezet kifáradási szilárdsága.

Nemcsak az igénybevétel módjának és az alaknak a befolyásoló hatása magyarázható az elmélettel, de a méreté is. Például hajlított rudak esetén azonos maximális feszültségnél a deformáció- (feszültség-) eloszlás különböző lesz a rúd méretétől függően (l: 30. ábra), így a kifáradási határ ott lesz magasabb ahol a rúdátmére kisebb. Ezt fejezi ki a Thum-Lehr módszerben a k_2 mérettényező (27. ábra)



30. ábra

A vázolt elméletet számításra alkalmassá úgy tették, hogy bevezettek egy

$$\beta_{\varphi} = \frac{R_{Dh-ny}}{R_D} \quad (37)$$

"újfajta" horonytényezőt (β_{φ}) mely értelmezés szerint a húzó-nyomó igénybevételnek kitett próbapálcán mért kifáradási határ mint *anyagjellemző* és a kérdéses alkatrész kifáradási határa, mint *szerkezetjellemző* viszonya adott pl. hajlító, csavaró, stb., igénybevétel esetén.

Az értelmezésből kitűnik, hogy az "újfajta" horonytényező (β_{φ}) lényegében különbözik a régebbi horonytényezőtől (β). Magában foglalja az igénybevétel fajtájának (hajlító, csavaró, stb.), a szerkezet alakjának és méretének hatását is a szabványos húzó-nyomó igénybevételnek kitett próbatesten mért kifáradási szilárdság, mint alapértékhez viszonyítva. Nagyságát nemcsak mérés, de számítás is meg lehet határozni egyszerűbb esetekben. Hornyolt, vagy vállas tengelyek esetén például:

$$\beta_{\varphi} = \alpha \left[1 - \frac{\frac{154}{R_m}}{1 + \frac{R_m}{1370} + \rho} \right] \quad (38)$$

ahol

α alaktényező a (7) szerint

ρ [mm] a váll lekerekítési sugara,

R_m [MPa] az anyag szakítószilárdsága.

Látható, hogy az így definiált "újfajta" horonytényező egynél kisebb érték is lehet, amennyiben a viszonyok kedvezően alakulnak. Mivel az magába foglalja a k_1 felületminőségi tényezőt kívül az összes többi befolyásoló hatást a szerkezet teherbíróképessége a húzó-nyomó kifáradási határból meghatározható

$$R'_D = \frac{k_1 \cdot R_{Dh-ny}}{\beta_{\varphi}} \quad (39)$$

Nagy előny, hogy mindig csak a húzó-nyomó kifáradási diagramot kell használni és nincs szükség a mérettényezőre sem.

1.4. A szerkezet biztonsága számszerű értékének meghatározása

Visszatérve az 1.1 fejezetben már tárgyalt biztonság fogalmához, a (2) összefüggés szerinti számított biztonsági tényező számszerű értéke az előző fejezetek alapján már meghatározható. Mivel az 1.2 fejezet alapján a terhelés, az 1.3 fejezetnek megfelelően pedig a teherbíró-képesség kiszámítható a számított biztonsági tényező már adódik:

$$\frac{\text{Számított teherbíró-képesség}}{\text{Számított terhelés}} = n_{sz}$$

Végössorban pedig a szerkezetet szilárdságilag megfelelőnek ítéltjük meg, ha a már tárgyalt módon (1.1 fejezet) felvett előírt biztonságot ismerve az

$$n_{sz} \geq n_e$$

feltétel teljesül a teljes szerkezetre nézve.

Ez azt jelenti, hogy mivel nagyon gyakran feszültségekkel számolunk és azok a szerkezet egy pontjában értelmezettek igen sok biztonsági tényezőt kellene meghatározni, melyek közül a legkisebb jelenti végső soron a szerkezetre jellemző biztonságot, hiszen az a szerkezet veszélyes helye.

Természetesen kis gyakorlattal általában már előzetesen meghatározhatók azok a helyek ahol a szerkezet tönkremenetele bekövetkezhet, így a számítási munka nagymértékben csökkenthető. Ebből a szempontból kedvező kialakításúak azok a szerkezetek, melyeknél a különböző helyeken számított biztonsági tényezők közel azonosak. Ezeket egyenszilárdságú szerkezeteknek hívjuk. Bár a számítások az eddig ismertettek alapján elvégezhetők, mégis szükségesnek látszik néhány esetet külön részletesebben is megvizsgálni, külön az időben állandó és külön az időben változó terhelések esetén.

1.4.1. Időben állandó (statikus) terhelésű szerkezetek számított biztonsága

Egyszerű igénybevételek esetén a terhelést feszültség formában a (7), míg a teherbíróképességet a (20) alapján számítva a számított biztonság, mint deformáció elleni biztonság:

$$n_d = \frac{R'_{ch}}{\sigma_{\max}} = \frac{\delta \cdot R_{ch}}{\alpha \cdot \sigma_j} \quad (40)$$

Összetett igénybevételkor a H.M.H. elméletet alkalmazva:

$$n_d = \frac{\delta_e \cdot R_{eH}}{\sigma'_e} \quad (41)$$

ahol pl: hajlítás és csavarás esetén az úgynevezett egyenértékű folyáshatárviszony:

$$\delta_e = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{hj} \sigma_{hj}}{\sigma'_e}\right)^2 \delta_{hj}^2 + 3 \left(\frac{\alpha_{cs} \tau_{cs}}{\sigma'_e}\right)^2 \delta_{cs}^2} \quad (42)$$

és a legnagyobb egyenértékű feszültség:

$$\sigma'_e = \sqrt{(\alpha_{hj} \cdot \sigma_{hj})^2 + 3(\alpha_{cs} \cdot \tau_{cs})^2} \quad (43)$$

Bizonyos esetekben előfordul hogy a szilárdsági ellenőrzést a (40) és a (41) összefüggések átrendezésével kapott úgynevezett "megengedett" feszültség fogalmának bevezetésével végzik az $n_d = n_e$ feltétel mellett:

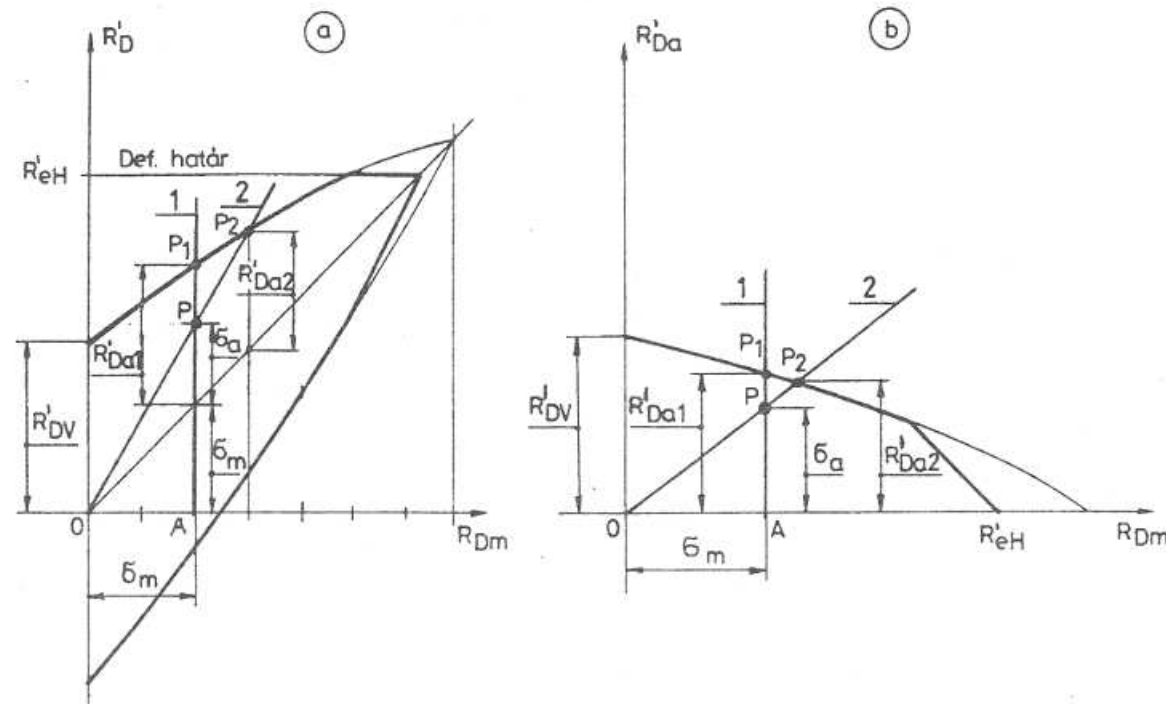
$$\sigma_{\text{meg}} = \frac{\delta \cdot R_{eH}}{n_e} \geq \sigma_{\max}$$

Bár formailag ez a megoldás helyes, de sokszor problémát okozhat az, hogy egyes irodalmak a megengedett feszültségekre olyan adatokat közölnek melyeknél sem az előírt biztonság sem pl. a δ nem ismert. Ezért használatukat ha lehet kerülni kell.

1.4.2. Időben változó terhelésű szerkezetek számított biztonsága

A terhelési esetek változatossága igen nagy, így minden lehetséges esettel foglalkozni nem célszerű. Néhány egyszerűbb esetben az alábbiak szerint lehet a számításokat elvégezni.

Egyszerű igénybevételeknél a szerkezet teherbíróképessége a 28. ábrán bemutatott módosított Smith, illetve Haigh diagram formájában áll rendelkezésre. A terhelés pedig a (18) és (19) szerint σ_m vagy τ_m közepes, illetve σ_a vagy τ_a feszültségamplitúdó, mint összetartozó feszültségösszetevők formájában adott. Amennyiben az összetartozó feszültségösszetevőket a szerkezet teherbíróképességét adó Smith vagy Haigh diagramba ábrázoljuk, egy olyan P pont adódik, mely a szerkezet pillanatnyi terhelését mutatja annak teherbíróképességéhez viszonyítva. (l: 31. ábra)



31. ábra

Nyilvánvaló, ha a P terheléspont a vizsgált diagram határgörbéjén belül esik a teherbíró-képesség nagyobb, mint a terhelés, vagyis a biztonság nagyobb mint egy ($n > 1$). Éppen ezért ezeket a diagramokat biztonsági diagramoknak is nevezik.

Természetesen, ha a P feszültségpont valamelyik határgörbére esik a szerkezet határállapotba kerül, mivel a teherbíró-képesség megegyezik a terheléssel, a biztonság értéke egy ($n = 1$).

Ahhoz, hogy egy a diagramon belül eső P pont a határgörbére essen azaz a szerkezet határállapotba kerüljön a terhelésnek, vagyis az összetartozó feszültségösszetevőknek (pl. σ_m , σ_a) növekedni kell.

A növekedés többféleképpen valósulhat meg.

A két leggyakoribb eset:

- 1.) a közepes feszültség állandó ($\sigma_m = \text{áll}$), de a feszültségamplitúdó (σ_a) nő (1. vonal),
- 2.) mindkét feszültségösszetevő arányosan nő ($\sigma_a / \sigma_m = \text{áll}$). (2. vonal).

Mivel a terhelés növekedésének a lehetősége a határállapotig állhat fenn tönkremenetel nélkül, a terhelés növekedésének a mértéke a határállapotig a biztonsággal egyezik meg.

Ennek számszerű értéke a 31. b. ábra szerint az 1. esetnek megfelelően:

$$n_{f1} = \frac{AP_1}{AP} = \frac{R'_{Da1}}{\sigma_a} \quad (44)$$

míg a 2. esetben:

$$n_{f2} = \frac{OP_2}{OP} = \frac{R'_{Da2}}{\sigma_a} \quad (45)$$

A számlálókban szereplő R'_{Da} módosított határfeszültség-amplitúdók értékeit a megrajzolt és módosított Smith vagy Haigh diagramokból (l: 28. ábra) kell mérésrel meghatározni.

Ha viszont az alapanyagra vonatkozó diagramok léptékhelyesen rendelkezésre állnak azok közvetlenül felhasználhatók a (36) összefüggés felhasználásával, ugyanis a (44) és a (45)-ba való értelemszerű helyettesítéssel

$$n_f = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot R_{Da}}{\beta \cdot \sigma_a} \quad (46)$$

lesz a számított kifáradás elleni biztonsági tényező.

A biztonsági területek léptékhelyes megrajzolását teszi szükségtelemmé az egységdiagramos módszer (l: 24. ábra). Ugyanis, ha az $A = \sigma_a / \sigma_m$ arányt kiszámítjuk a III. táblázatból (lineárisan interpolálva) a B fajlagos amplitúdó meghatározható és a (32) felhasználásával

$$n_f = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot R_{Dv} \cdot B}{\beta \cdot \sigma_a} \quad (47)$$

közvetlenül számítható, ahol az R_{Dv} lengőszilárdság táblázatból vehető természetesen a megfelelő (pl: húzó-nyomó, hajlító, csavaró) igénybevételnek megfelelően.

További egyszerűsödést jelent a Bollenrath-Trosst elmélet, mivel itt elég a húzó-nyomó igénybevételnek megfelelő lengő szilárdságot ismerni ($R_{Dv} h-n$) és nem szükséges a mérettényező (k_1) sem. Így az egységdiagramos módszert használva

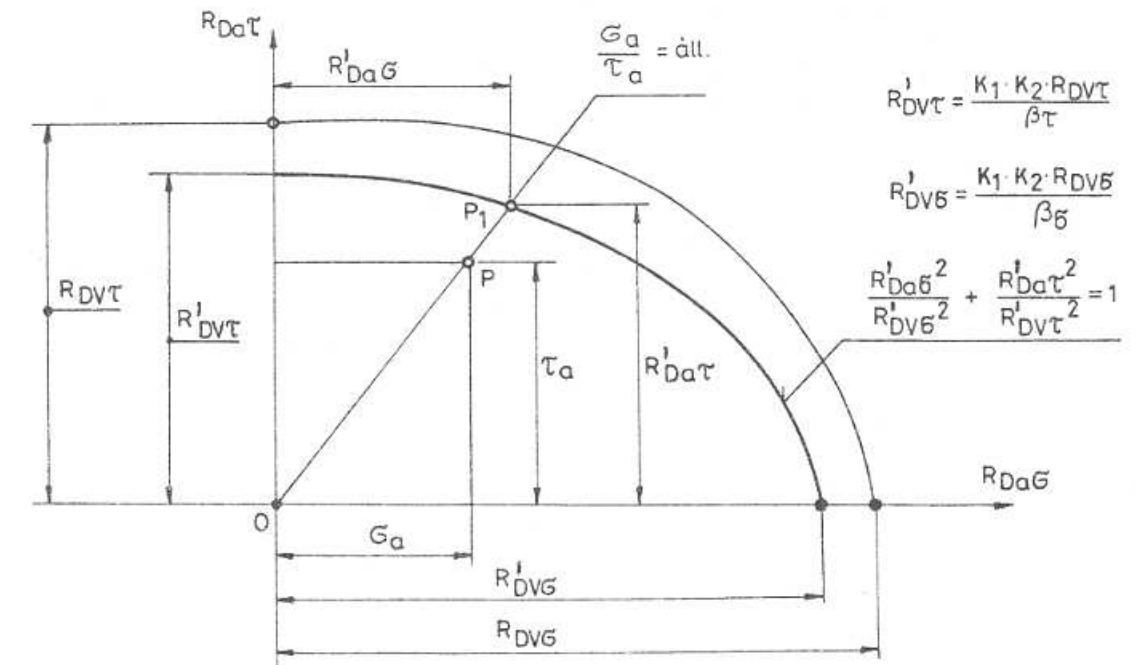
$$n_f = \frac{k_1 \cdot R_{Dvh-n} \cdot B}{\beta_\varphi \cdot \sigma_a} \quad (48)$$

adódik.

Összetett igénybevétel esetén még egyszerű esetben is (pl: hajlítás és csavarás) a feszültségösszetevők aránya megduplázódik, a terhelésnövekedésével arányuk is különböző módon változhat, így számos változat lehetséges.

A legegyszerűbb esetben és csak ezt vizsgálva legyen $\sigma_m = \tau_m = 0$ és $\sigma_a / \tau_a = \text{állandó}$, azaz mind a hajlítás, mind a csavarás tiszta lengő igénybevétel és a feszültsége amplitúdók aránya nem változik.

A szerkezet terhelését jelentő feszültségösszetevőket (σ_a és τ_a) berajzolva a szerkezet teherbírását jellemző módosított "biztonsági" diagramba (melyet a 25. ábra alapján lehet megrajzolni) kapjuk a P terheléspontot (l: 32. ábra).



32. ábra

Az egyszerű igénybevételnek kitétt szerkezetek méretezésénél követett gondolatmenetet itt is alkalmazva a számított kifáradás elleni biztonság

$$n_f = \frac{OP_1}{OP} = \frac{R'_{Da\sigma}}{\sigma_a} = \frac{R'_{Da\tau}}{\tau_a} \quad (49)$$

Nem kell az aktuális ellipszist megrajzolni, ha figyelembe vesszük annak egyenletét – (34) összefüggés – a módosító tényezőkkel:

$$\frac{R'_{Da\sigma}{}^2}{R'_{Dv\sigma}{}^2} + \frac{R'_{Da\tau}{}^2}{R'_{Dv\tau}{}^2} = 1 \quad (50)$$

és bevezetjük az un. részbiztonsági tényezők fogalmát:

$$n_{\sigma} = \frac{R'_{Dv\sigma}}{\sigma_a} = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot R_{Dv\sigma}}{\beta_{\sigma} \cdot \sigma_a} \quad (51)$$

továbbá

$$n_{\tau} = \frac{R'_{Dv\tau}}{\tau_a} = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot R_{Dv\tau}}{\beta_{\tau} \cdot \tau_a} \quad (52)$$

Ekkor a (49) és a (51), valamint a (52)-nek a (50)-ba történt helyettesítésével a fáradás elleni biztonságra

$$n_f = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \quad (53)$$

adódik, mely a (51) és (52)-vel közvetlenül számításra alkalmas.

További egyszerűsödést jelent itt is a Ballenrath-Troost elmélet és az egységdiagramos módszer használata még aszimmetrikus ($r > -1$) esetében is.

Könnyen bizonyítható, hogy a (53) összefüggés felírható az

$$n_f = \frac{k_1 \cdot R_{Dvh-my} \cdot B}{\sigma'_{ac}} \quad (54)$$

alakban is, ahol:

$$\sigma'_{ac} = \sqrt{(\beta_{\sigma\sigma} \cdot \sigma_a)^2 + 3 \cdot (\beta_{\sigma\tau} \cdot \tau_a)^2} \quad (55)$$

az un. módosított egyenértékű feszültségamplitúdó.

A B fajlagos amplitúdót az

$$A = \frac{\sigma'_{ac}}{\sigma_{mc}} \quad (56)$$

függvényében kell a III. táblázatból (22. old.) venni ahol:

$$\sigma_{mc} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3 \cdot \tau_m^2} \quad (57)$$

az egyenértékű közepes feszültség.

Természetesen az így meghatározott kifáradás elleni biztonságot kell egybevetni az előírttal.

Megfelelő szilárdságilag a szerkezet ha a már ismertettek szerint:

$$n_f \leq n_e$$

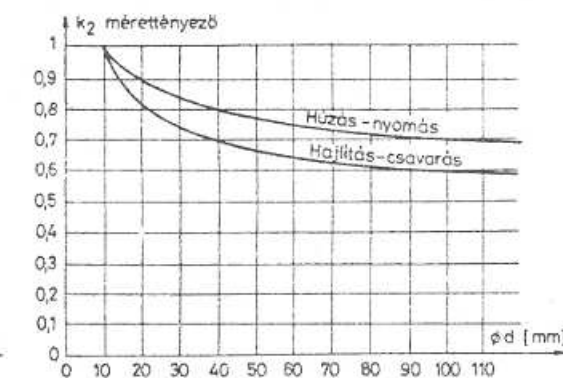
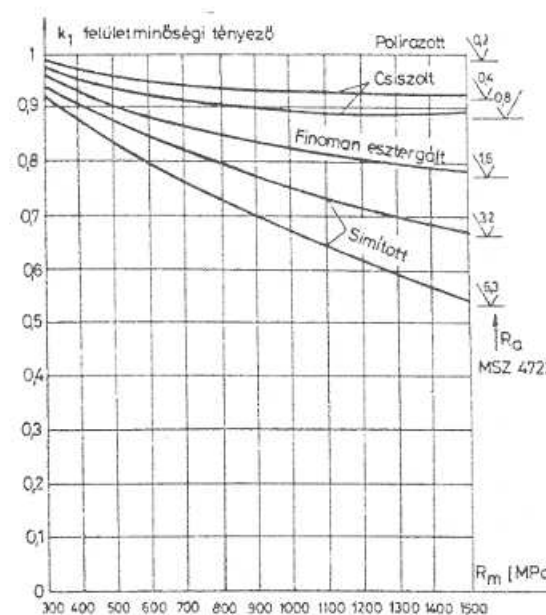
minden esetben teljesül.

Függelék.

Biztonsági tényezők részértékei

F.I táblázat [1]

		nemesített		
		R _m < 1000 MPa	R _m > 1000 MPa	
n ₁	Következmény nélküli törés	1,2 ... 1,3		
	A törés miatt gépállás	1,3 ... 1,4		
	A törés miatt a környező gépeket is le kell állítani Fentiekén kívül emberélet is veszélyben van	1,4 ... 1,6 1,7		
n ₂	Hengerelt, kovácsolt anyag	1,1		
	Egyszerű alakú Aö Bonyolult alakú Aö	1,25 1,3 ... 1,4		
n ₃	Üzemszerű anyagvizsgálat minden darabon Egyes darabokon üzemszerű anyagvizsgálat Szakító- és ütőmunkapróbák minden darabon Egyes darabokból szakító- és ütőmunkapróbák Keménységvizsgálat minden darabon Egyes darabokon keménységvizsgálat Anyagvizsgálat nélkül	normalizált		
		1,05	1,1	1,15
		1,1	1,15	1,2
		1,1	1,2	1,25
		1,15	1,25	1,3
		1,15	1,35	1,45
		1,15	1,35	1,45
n ₄	Pontos számítás esetén	1,1		
	Becslés alapján	1,3		
n ₅	Kiváló munka	1,1		
	Másodosztályú munka	1,2 ... 1,3		



A $k_{\text{ü}}$ üzemtényező értékei állandósult üzem esetén

F.II táblázat.

Az üzem jellege	A hajtott gép fajtája	A terhelés jellege	A meghajtó motor típusa		
			a	b	c
Könnyű	I	Egyenletes	1,1 ... 1,15	1,2 ... 1,25	1,4 ... 1,5
Közepes	II	Mérsékeltlen ingadozó	1,3 ... 1,35	1,4 ... 1,5	1,7 ... 1,8
Nehéz	III	Nagymértékben ingadozó	1,8 ... 1,9	2,1 ... 2,25	2,4 ... 2,6
Nagyon nehéz	IV	Ütészzerűen nagy egyenlőtlenességű	2,5 ... 2,7	2,9 ... 3,0	3,2 ... 3,4

Példák a meghajtó motorra

F II. a.táblázat

a	Egyen- és váltakozó áramú villamos motorok Gőz- és vízturbinák
b	4-6 hengeres belsőégésű motorok ha a fordulatszám > 600 [1/min]
c	1-3 hengeres belsőégésű motorok ha a fordulatszám < 600 [1/min]

Példák a hajtott gép fajtájára

F II.b. táblázat

I	Villamos generátor, centrifugálszivattyúk, ventilátorok, szállítószalag ömlesztett anyaghoz esztergák, fúró- és köszörűgépek, folyamatos üzemű szállítógepek, turbókompresszorok, stb.
II	Három- vagy többhengeres dugattyús szivattyúk és kompresszorok, daru futóművek, emelőgépek (<120 kapcsolás/h), szállítószalag darabárú szállításához, maró- és fűrészgépek, könnyűüzemű rosták és keverők stb.
III	Egy- és kéthengeres dugattyús szivattyúk és kompresszorok, nagyteljesítményű léghevítők, véső- és gyalugépek, frikciós- és excentersajtók nehéz lendkerékkel, szövőgépek, fonógépek emelőgépek (>120 kapcsolás/h), stb.
IV	Kotró- és földmunkagépek, frikciós- és excentersajtók könnyű lendkerékkel, lemezollók, kalapácsok, malmok, kollerjártok, csömösölők, hengerművek, zúzógépek, keretfűrészek, stb.

Általános rendeltetési szerkezeti szénacélok szilárdsági tulajdonságai

F III. táblázat

Az acélminőség	jele	Statikus szilárdság [MPa]			Lengőszilárdság [MPa]			Lüktetőszilárdság [MPa]		
		R_m	R_{eH}	$R_{eH\text{ hj}}$ (hajtásra)	$R_{Dv\text{ h}}$	$R_{Dv\text{ cs}}$	$R_{Dv\text{ hj}}$	$R_{Dr\text{ h}}$	$R_{Dr\text{ cs}}$	$R_{Dr\text{ hj}}$
Fe 235		373 ... 481	235	355	140	100	180	230	150	255
Fe 275		431 ... 549	275	328	165	225	205	255	180	320
Fe 490		490 ... 628	494	363	190	140	235	300	190	365
Fe 590		588 ... 726	333	422	205	160	275	335	215	420
Fe 690		690	363	481	235	195	325	365	255	480

Betétben edzhető acélok szilárdsági tulajdonságai

F IV. táblázat

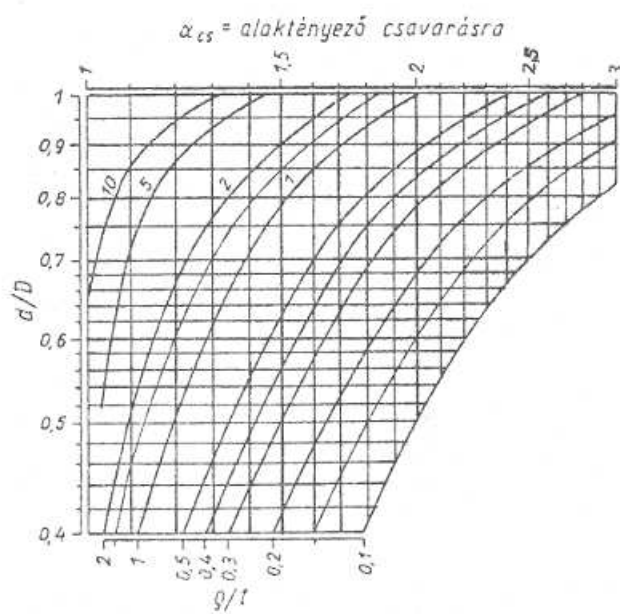
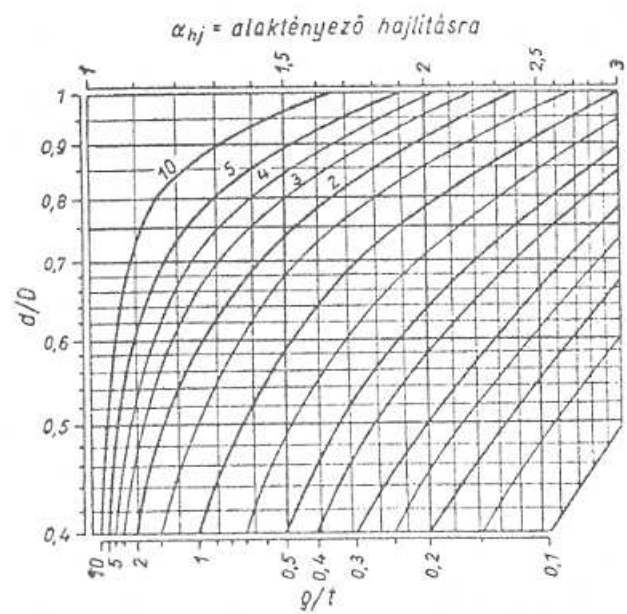
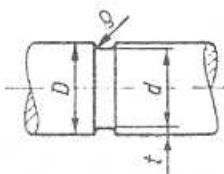
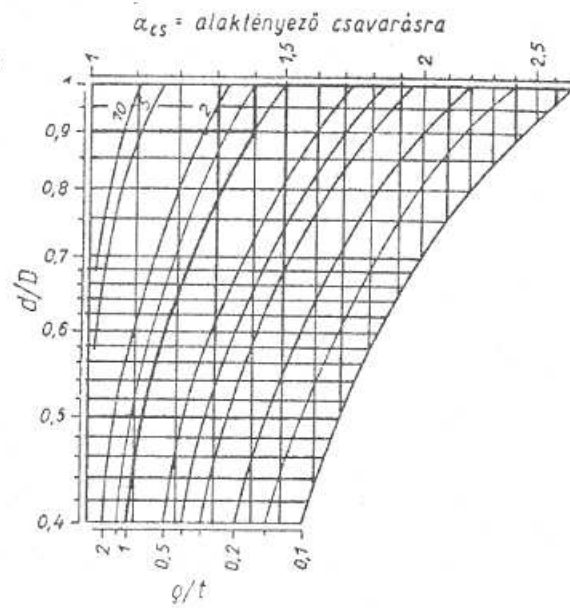
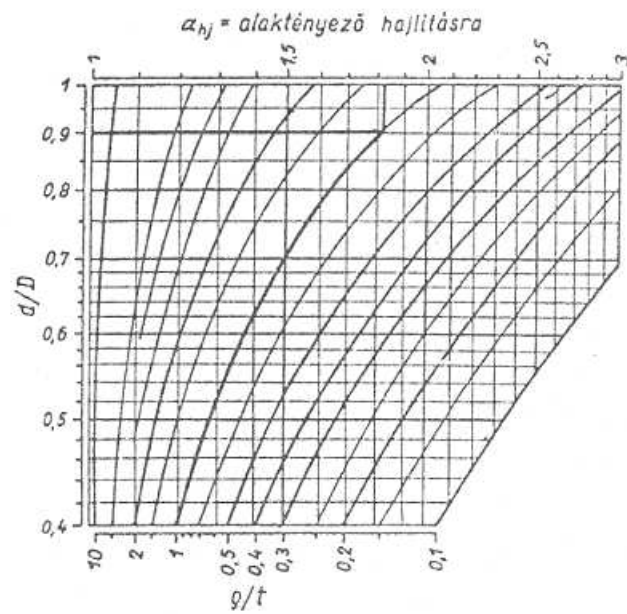
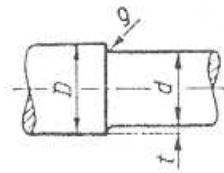
Az acélminőség	Statikus szilárdság [MPa]			Lengőszilárdság [MPa]			Lüktetőszilárdság [MPa]		
	R _m	R _{eH}	R _{eHhj}	R _{Dvh}	R _{Dves}	R _{Dvhj}	R _{Drh}	R _{Dr es}	R _{Dr hj}
C 10	588 ... 834	392	458	215	170	255	295	205	385
C 15	666 ... 932	441	560	235	175	275	345	235	440
BC 2	834 ... 1177	637	750	360	285	420	540	390	630
BC 3	932 ... 1275	735	838	410	295	470	650	410	715
BCMo 1	981 ... 1275	785	882	420	350	490	640	480	740
BCMo 2	1080 ... 1375	885	970	465	390	540	705	540	815
BNC 2	932 ... 1275	686	838	400	305	465	610	420	705
BNC 5	980 ... 1275	735	880	420	325	490	640	450	740
BNC 7	885 ... 1225	637	795	380	285	440	575	390	670
BNCMo 1	1080 ... 1420	735	970	465	325	540	705	450	815
BNCMo 2	1130 ... 1470	785	1015	485	350	565	735	480	850
BNCMo 3	1275 ... 1620	885	1145	550	390	630	830	540	965

Nemesíthető szerkezeti szénacélok szilárdsági tulajdonságai

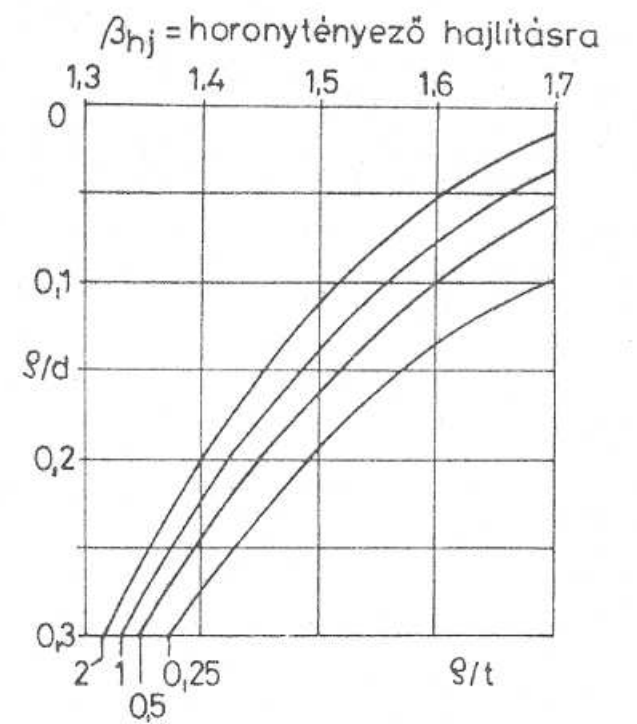
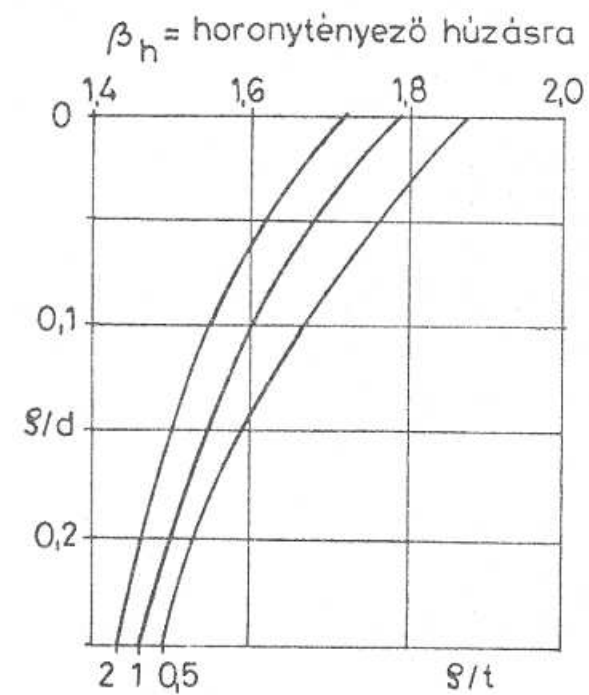
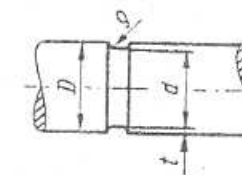
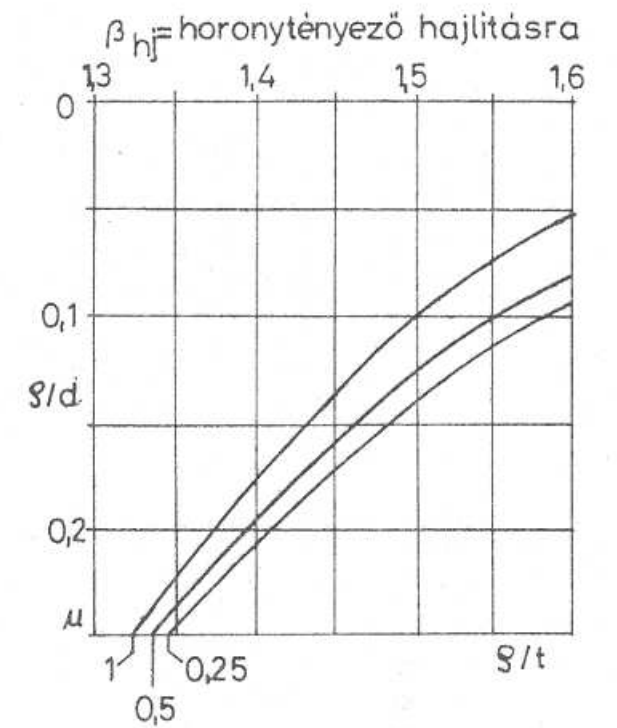
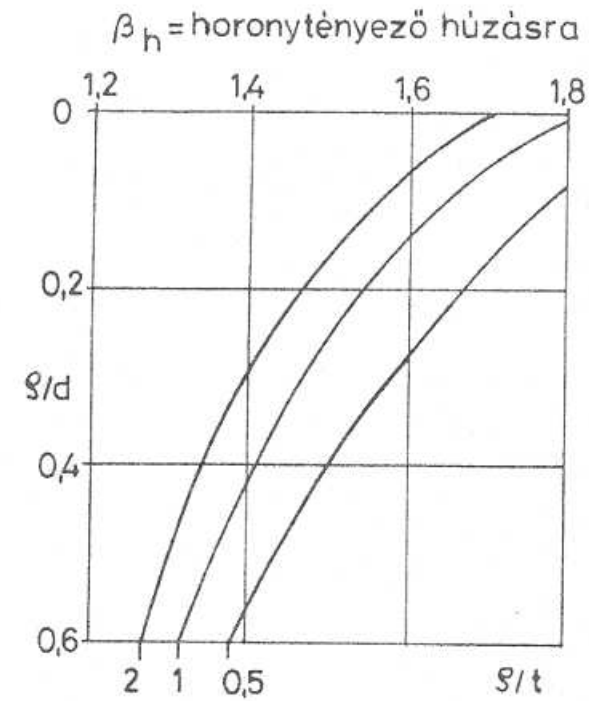
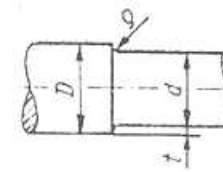
F V. táblázat

Az acélminőség	Statikus szilárdság [MPa]			Lengőszilárdság [MPa]			Lüktetőszilárdság [MPa]		
	R _m	R _{eH}	R _{eHhj}	R _{Dvh}	R _{Dves}	R _{Dvhj}	R _{Drh}	R _{Dr es}	R _{Dr hj}
C 25	540 ... 685	365	450	225	160	275	365	205	410
C 35	620 ... 765	420	530	245	180	305	390	265	460
C 45	695 ... 845	480	610	295	205	365	470	305	540
C 55	785 ... 930	540	670	305	225	385	500	365	560
C 60	835 ... 980	570	690	325	245	390	510	385	610
Cr 1	885 ... 1080	685	875	375	275	480	610	440	735
Cr 2	930 ... 1020	735	910	400	295	500	660	460	735
Mn 1	785 ... 935	590	695	335	245	410	530	390	630
CMo 1	885 ... 1080	685	765	355	265	430	590	400	650
CMo 3	980 ... 1175	785	875	370	275	480	610	440	740
CMo 4	1080 ... 1275	885	960	410	305	510	670	490	785
CrV 3	1080 ... 1175	885	1060	430	335	540	705	510	835
NCMo 4	1030 ... 1220	835	960	410	305	510	670	490	785

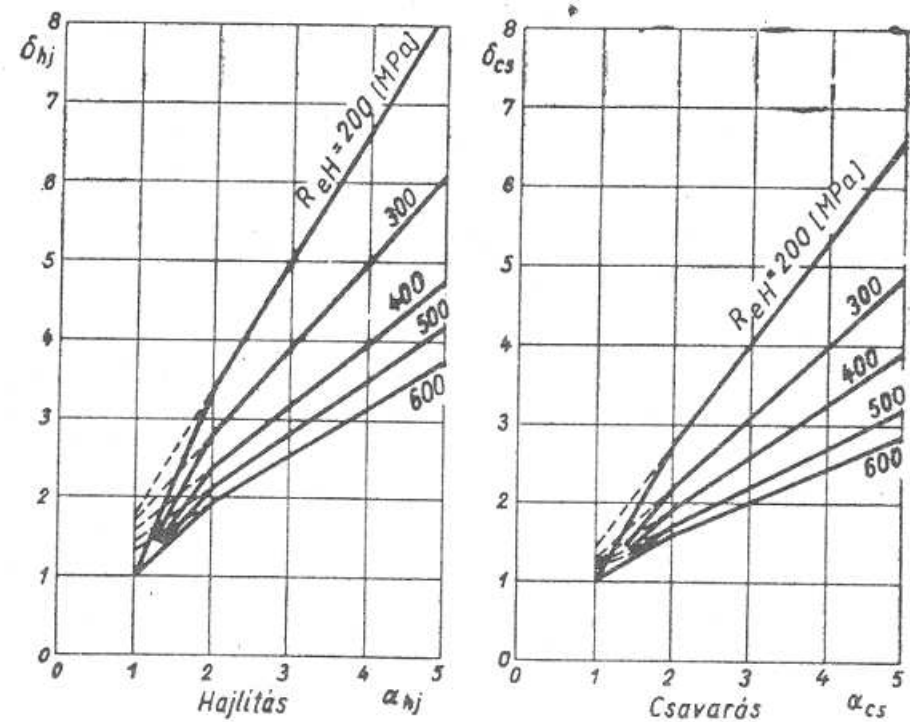
Körszelvényű rudak alaktényezői [4].



Körszelvényű rudak horonytényezői [3].



Folyáshatárviszony egyszerű meghatározása. [4]



Horonytényezők Troost szerint [4]

