

1J. MÉRÉS

FORDULATSZÁM, TEHETETLENSÉGI NYOMATÉK ÉS SÚRLÓDÁSI NYOMATÉK MÉRÉSE

1. Bevezetés

A MÉRÉS CÉLJA, hogy meghatározzuk egy villanymotor forgórészének tehetetlenségi nyomatékát, és ennek segítségével a motor tengelyére ható súrlódási nyomatékot a fordulatszám függvényében. A feladat sikeres végrehajtásához meg kell ismerni néhány alapfogalmat (fordulatszám, tehetetlenségi nyomaték, menetábra) és ezek mérési módszereit.

A MÉRÉS MÓDJA a következő: először a meghatározzuk a motor forgórészének tehetetlenségi nyomatékát (lásd 3. fejezet). A tehetetlenségi nyomaték meghatározását a fizikai inga lengésidejének mérésére vezetjük vissza (lásd 5.1 fejezet). Ezt követően a 4. és az 5.2 fejezetben leírtak szerint megmérjük a forgórész fordulatszámát az idő függvényében midőn azt a súrlódási nyomaték fékezi. A fordulatszám változásból a szöglassulás számítható. A tehetetlenségi nyomatékból és a szöglassulásból Newton 2. törvényét felhasználva határozzuk meg a keresett súrlódási nyomatékot.

2. A fordulatszám és mérése

2.1. A fordulatszám a forgó tengely időegységre eső fordulatának száma. Jele leggyakrabban n . Mértékegysége ford/s vagy ford/min, nagyon gyakran csak 1/min jelölést használjuk. Az ω szögsebesség és az n fordulatszám között ismert a kapcsolat:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

A mérési elv szempontjából a fordulatszámot mérő műszereket két csoportba oszthatjuk:

- **fordulatszámmlálók:** átlagfordulatszámot mérnek
- **tachométerek:** pillanatnyi fordulatszámot mérnek

2.2. Fordulatszámmlálók

a.) Kis fordulatszámok (120-150 1/min-ig) meghatározása a fordulatok szabad szemmel történő **számlálásával** és az idő **stopperrel** való mérésével történhet. Ha N a t idő alatti fordulatok száma, akkor az n fordulatszám:

$$n = \frac{N}{t} \left[\frac{1}{\text{s}}, \frac{1}{\text{min}} \right],$$

Ha a fordulatszám ingadozik, az utóbbi összefüggés a t időre vonatkozó átlagfordulatszámot adja. Egy mérés során minél hosszabb ideig számláljuk a fordulatokat, annál pontosabban határozhatjuk meg a fordulatszámot.

b.) Nagyobb fordulatszámok mérése esetén leegyszerűbb műszer az ún. **ugró-számos fordulatszámoló**. (Ilyen van beépítve a villanyórában, gépkocsik kilométer-számlájában, stb.) Ennél a műszernél a forgó tengely magával visz egy számláló korongot, amely minden tíz körülfordulás után egytizeddel elfordítja a tízes számláló korongot, ennek minden tizedik körülfordulása egytizeddel elfordítja a százás számláló korongot, stb. A korongok palástjára egyenletes osztásban 0-tól 9-ig felrajzolt számokat leolvassva kapjuk a megtett fordulatok számát. Ha stopperóra segítségével megmérjük a számlálás idejét is, akkor az átlagfordulatszám számítható.



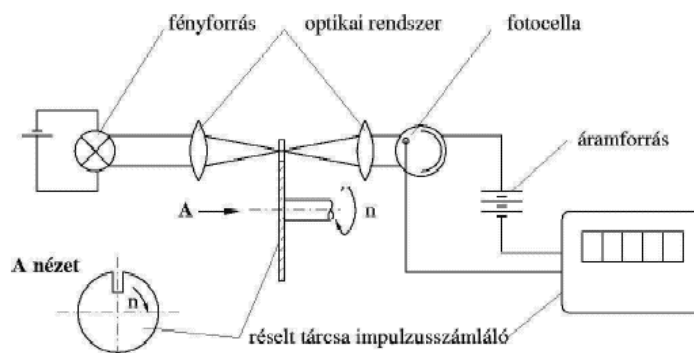
Gumi csatlakozó elemek

Felhúzó, nullázó, indító gomb

1. ábra

c.) **Az óraműves fordulatszámoló (Jacquet indikátor, 1. ábra)** meghatározott ideig számlálja a fordulatokat. A műszeren lévő gomb megnyomásával óraszerkezetet húzunk fel, amely 6 másodpercig számolja a forgó tengely fordulatainak számát, ezen idő alatt a műszer mutatója mozog. A mérés befejeztével mutató megáll, és a skálán az egy percre eső átlagfordulatszámot olvashatjuk le. (Mérési sorrend: csatlakozás, gomb megnyomása, elengedése, mérés kb. 8 másodperc, kapcsolat bontás, leolvasás)

d.) **Az elektronikus fordulatszámoló** fordulatonként egy feszültségimpulzust szolgáltató jeladóból, impulzusszámlálóból és egy időmérő eszközből áll. A jeladó általában fotocella, amely előtt elforduló résejt tárcsa fordulatonként ad egy megvilágítást, s ezzel zár egy áramkört (lásd **2. ábra**). A pontosság növelése és a mérési időcsökkentése érdekében célszerű a rések számát növelni.



2. ábra

e.) **Az elektronikus stroboszkópok** változtatható (beállítható) frekvenciával villogó lámpával "világítják" meg a forgó testet. Ha a villogás frekvenciája megegyezik a forgó tárgy fordulatszámával, a tárgy állni látszik. A műszerről a beállított frekvencia, azaz a fordulatszám leolvasható (**3. ábra**).



3. ábra

2.3. Tachométerek közül a legismertebb a villamos elven működő tachométer dinamó, amely a fordulatszámmal arányos feszültségjelet ad. Ha ismerjük a feszültség és a fordulatszám közötti kapcsolatot (kalibrálás), akkor a feszültséget mérve a fordulatszám megkapható.

3. A tehetetlenségi nyomaték és mérése

3.1. A tehetetlenségi nyomaték

Az r sugarú körön mozgó m tömegű tömegpont tehetetlenségi nyomatéka: $\Theta = m \cdot r^2$. Az r sugarú, m tömegű körhengernek a saját forgástengelyére számított tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta = \frac{1}{2} m \cdot r^2$$

A tehetetlenségi nyomaték általános esetben függ a test alakjától, tömegeloszlásától és a forgástengely elhelyezkedésétől, értékét matematikai eszközökkel tudjuk kiszámítani.

3.2. A tehetetlenségi nyomaték meghatározása általános esetben

A szabálytalan alakú testet r_i sugarán fekvő Δm_i részekre bontjuk, egy ilyen rész tehetetlenségi nyomatékát a

$$\Delta\Theta_i = \Delta m_i \cdot r_i^2$$

összefüggéssel számolhatjuk. Az egész test tehetetlenségi nyomatéka ezek összege:

$$\Theta = \sum \Delta m_i r_i^2.$$

3.3. Motor forgórész és póttömeg együttes tehetetlenségi nyomatéka

A méréseink kiértékeléséhez szükségünk van a motor forgórészből és az excentrikusan elhelyezett póttömegeből álló test tehetetlenségi nyomatékára (lásd 4. ábra). A henger alakú m póttömeg tehetetlenségi nyomatéka a saját tengelyére $\frac{1}{2}m \cdot r^2$, az e távolsággal eltolt tengelyre nézve pedig $\frac{1}{2}m \cdot r^2 + m \cdot e^2$ (ennek bővebb, elméleti háttere a Dinamika c. tárgyban kerül majd ismertetésre). A motor forgórészének tehetetlenségi nyomatéka Θ , így az eredő tehetetlenségi nyomaték:

$$\Theta_A = \Theta + \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 + m \cdot e^2 \quad (1)$$

3.4. Fizikai inga lengésideje és a tehetetlenségi nyomaték meghatározása

A matematikai inga egy l^* hosszúságú súlytalan fonálon függő m^* tömegű tömegpont, ennek lengésideje:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l^*}{g}}$$

A fizikai inga m tömege nem pontszerű tömeg, hanem a lengés középpontja körül adott a tömegeloszlás. Például a motor forgórésze és egy ráerősített póttömeg együtt fizikai ingát alkot. Nézzük meg, hogy hogyan juthatunk el a matematikai inga lengésidejének jól ismert összefüggéséből a forgórészből és a póttömegeből álló fizikai inga lengésidejéhez.

Változtassuk a matematikai inga l^* hosszát addig, míg a fizikai és a matematikai inga lengésideje megegyezik. A fizikai inga tömege a motor forgórészének tömegéből és a póttömegeből áll: $m_f + m$. A közös súlypont s távolságra van a lengés tengelyétől (lásd **4.ábra**), kitérése φ . A tengelyre ható forgatónyomaték:

$$M_f = -(m_f + m)gs \sin \varphi$$

(A negatív előjel azt veszi figyelembe, hogy az ingára ható nyomaték a kitéréssel ellentétes irányú). A fizikai inga $\varepsilon_{\text{fizikai}}$ szöggyorsulása és tehetetlenségi nyomatéka Θ_A , Newton II. törvényét felhasználva:

$$M_f = \Theta_A \cdot \varepsilon_{\text{fizikai}}$$

Ezekből:

$$\varepsilon_{\text{fizikai}} = -\frac{(m_f + m) \cdot g \cdot s \cdot \sin \varphi}{\Theta_A}$$

A fizikai ingával együtt lengő m^* tömegű matematikai inga $\varepsilon_{\text{matematikai}}$ szöggyorsulása pedig:

$$\varepsilon_{\text{matematikai}} = -\frac{M}{\Theta} = -\frac{m^* \cdot g \cdot l^* \cdot \sin \varphi}{m^* \cdot l^{*2}} = -g \cdot \frac{\sin \varphi}{l^*}$$

A két szöggyorsulás egyenlőségéből megkapjuk annak a matematikai ingának a **redukált hosszát**, amelynek lengésideje megegyezik a fizikai inga lengésidejével.

$$\frac{(m_f + m) \cdot g \cdot s \cdot \sin \varphi}{\Theta_A} = \frac{g \cdot \sin \varphi}{l^*}$$

Innen a redukált hossz:

$$l^* = \frac{\Theta_A}{(m_f + m) \cdot s}$$

Ezzel a fizikai inga lengésideje:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l^*}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta_A}{(m_f + m) \cdot g \cdot s}}$$

A fizikai inga S súlypontja s távolságban van a forgástengelytől. A forgástengelyre felírt nyomatéki egyensúly:

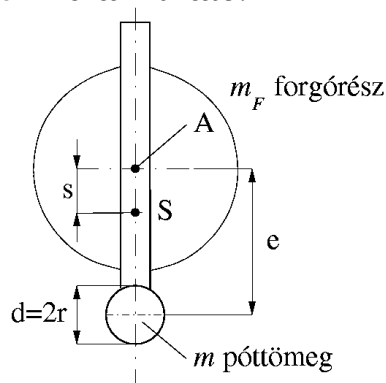
$$s \cdot g \cdot (m_f + m) = e \cdot g \cdot m,$$

ennek segítségével kapjuk a számításra használt összefüggést:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta_A}{m \cdot g \cdot e}}. \quad (2)$$

Az összefüggésben Θ_A a lengő (m_f+m) tömegnek az A forgástengelyre vett tehetetlenségi nyomatéka (lásd (1) összefüggés).

Ha megmérjük a T lengésidejét, akkor a (2) egyenletből Θ_A , majd pedig Θ ismeretében az (1) egyenletből Θ kiszámítható.



4. ábra

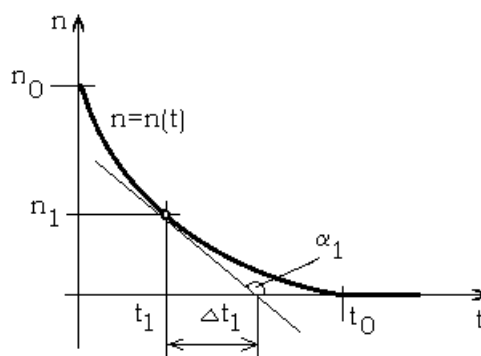
4. A menetábra

Egy motor tengelyére erősített gépalkatrész állandó szögsebességű forgásban tartásához a hajtó motornak fedeznie kell a forgó alkatrészeire ható összes fékezőnyomatékot. Ez a fékezőnyomaték esetünkbe a csapágyak súrlódásából, és a forgórész felületén ébredő légellenállásból áll. Ez utóbbit elhanyagoljuk.

Ha kikapcsoljuk a hajtó motort, a vizsgált gépalkatrész csökkenő szögsebességgel fog forogni a súrlódás (és a légellenállás) hatására, míg végül megáll. Ha a lassuló forgás során mérjük az ω szögsebességgel arányos n fordulatszám pillanatnyi értékét az idő függvényében és ezt diagramban ábrázoljuk, akkor az $n = n(t)$ **menetábrát** kapjuk. A menetábra tehát a tengely fordulatszámát mutatja az idő függvényében. Egy ilyen menetábrát láthatunk a **5. ábrán**. Az ábrából megállapíthatóan a gépalkatrész a motor kikapcsolásától számított t_0 idő eltelte után megáll.

Ha az $n = n(t)$ görbéhez a t_1 időpontban érintőt rajzolunk, akkor az érintő meredeksége a t_1 időpontbeli szöglassulás értékét adja meg (lassul ezért negatív):

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = -\frac{n_1}{\Delta t_1} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot n_1}{2 \cdot \pi \cdot \Delta t_1} = -\frac{\omega_1}{2 \cdot \pi \cdot \Delta t_1} = -\frac{\varepsilon_1}{2 \cdot \pi} \quad (3)$$



5. ábra

Innen

$$\varepsilon_1 = -2 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$$

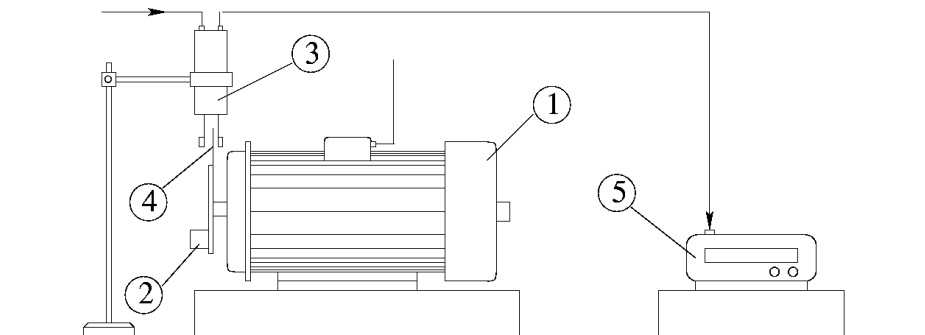
Ha a menetábra egy pontjában ismerjük $\operatorname{tg} \alpha_1$ értékét, ebből meghatározzuk (3) szerint a szöglassulást, végül Newton 2. törvényéből meghatározható a forgómozgást végző gépalkatrészt fékező súrlódási nyomaték:

$$M_{s1} = \Theta \cdot \varepsilon_1.$$

5. A mérés ismertetése

5.1 Tehetetlenségi nyomatók mérése

A **6. ábrán** bemutatjuk a mérőberendezést és vázlatát. Látható, hogy a motor tengelyére a „2” jelű m póttömeget erősítettük fel (vö. a **4. ábrával** is).



- | | |
|----------------------------|---------------------------------|
| ① Elektromotor | ④ A fény útját megszakító lemez |
| ② Póttömeg | ⑤ Időmérő |
| ③ Fotocella és impulzusadó | |

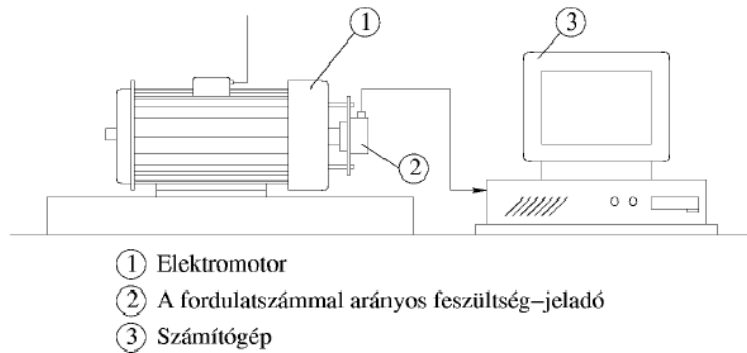


6. ábra

Az így összeállított fizikai ingát a „4” jelű lemezre karcolt jelig kitérítjük. A „4” jelű lemez megszakítja a fény útját és a „3” jelű fotócellás impulzusadón keresztül elindítja, majd egy teljes lengés után leállítja az „5” jelű elektronikus időmérőt. A T lengésidő ismeretében a tehetetlenségi nyomatók számítható az előzőek szerint.

5.2. Menetábra mérés

Egy másik (az előzővel azonos típusú) motor kifutása során számítógép segítségével megrajzoljuk a menetábrát (más szóval a kifutási görbét, lásd 4. fejezet).



7. ábra

A mérőberendezést a **7. ábra** mutatja. Az „1” jelű elektromotor tengelye össze van kapcsolva a „2” jelű fordulatszámmal arányos feszültség jeladóval, melynek analóg jelét a „3” jelű számítógép dolgozza fel. A jelfeldolgozás főbb lépései: az analóg jel digitalizálása, szűrése és ábrázolása az idő függvényében. A mérés során a motort kikapcsoljuk és megvárjuk, amíg a megáll (kb. 35 s). Ezt követően a képernyőn megjelenik az $n = n(t)$ menetábra. A grafikon melletti táblázatból leolvassuk a menetábra néhány jellegzetes pontját, valamint egy kiválasztott pont adatait: idő, szögsebesség, szöglassulás.

5.4. Számítás

A menetábra mérésekor kapott táblázatból minden hallgató kapja egy $(t, \varepsilon$ és $\omega)$ adathármaszt, amelyből az M_s értéke (az adott szögsebességnél) kiszámítható. A számítás befejezése után az összetartozó n és M_s számpárokat összediktálják, és mindenki megrajzolja az $M_s(n)$ grafikonot.

	n [1/min]	M_s [Nm]
1		
2		
...		
10		

5.5. A mérési jegyzőkönyv

A mérési jegyzőkönyv számára három A4-es sima lapot és egy mm-papírt kell előkészítenünk, az általános előírást figyelembe véve (keretezés, stb.), valamint a borítót, melyen szerepelnek: név, mérés címe, dátum, Neptun-kód, mérésvezető neve, stb. A jegyzőkönyv elején a mérés célját, a mérés menetét, a berendezés vázlatát, a kiértékelő összefüggéseket kell összefoglalni. *(Nem ezt a leírást kell szóról szóra lemásolni, hiszen a mérés során nem lesz szükség pl. az elméleti levezetésekre, hanem csak a mérés során szükséges összefüggéseket kell ki-gyűjteni.)* Ezután következzenek a számítási- és eredménytáblázatok (a táblázatot előre meg kell rajzolni). A mm papír az $n(t)$ és $M_s(n)$ grafikonok számára szükséges. A menetábrán mindenki rajzolja be az egyénileg kapott fordulatszámot és a szöglassulásból számítható érintőt is. Számítsák ki az érintő meredekségét, és hasonlítsák össze a számítógépről kapott adattal.

A jegyzőkönyvben tüntessük fel minden olyan gép, ill. műszer gyártási számát és típusát, amellyel mértünk!